Universitatea din Craiova
Facultatea de Științe
Departamentul de FIZICĂ

Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu"
ediția a XIV-a, etapa națională, Craiova, 04 aprile 2026
Subiecte – anul II

I. Un amestec format din mase egale de apă și gheață, $m_0 = m_a = m_g = 1$ kg, este conținut într-un vas cilindric izolat termic, prevăzut cu un piston ușor. Presiunea exercitată asupra pistonului este crescută foarte lent de la valoarea inițială $p_0 = 105$ Pa până la $p_1 = 25 \cdot 105$ Pa.

Se știe că temperatura de topire a gheții scade odată cu creșterea presiunii exterioare, aproximativ liniar, cu $\Delta t' = 1^\circ C$ pentru o creștere a presiunii de $\Delta p' = 135 \cdot 105$ Pa. Cantitatea de gheață topită (apa rezultată din topire) în timpul procesului crește liniar cu presiunea și se poate folosi aproximația că masa de gheață topită, Δm, este mult mai mică decât masele inițiale de apă și gheață, $\Delta m \ll m_0$.

Căldurile specifice ale apei și gheții sunt $c_a = 4.2$ kJ/(kg K), $c_g = 2.1$ kJ/(kg K), căldura latentă de topire este $\lambda = 340$ kJ/kg, iar densitatea gheții satisface relația $\rho_g = 0.9\ \rho_a$, unde ρ_a reprezintă densitatea apei.

(1p) Estimați temperatura finală de echilibru a amestecului.

(2p) Estimați variația volumului sistemului, ΔV , în funcție de ρ_a și Δm.

(3p) Determinați lucrul mecanic L efectuat de forța exterioară. Date: p_0, p_1, ρ_a și Δm.

(3p) Determinați masa Δm de apă rezultată din topire în timpul procesului.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Universitatea din Craiova
Facultatea de Științe
Departamentul de FIZICĂ

Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu"
ediția a XIV-a, etapa națională, Craiova, 04 aprilie 2026
Subiecte – anul II

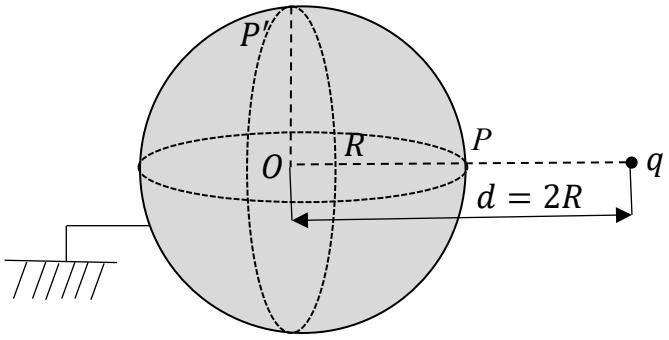
II. a) (3p) Considerăm două sarcini electrice punctiforme aflate în repaus în vid la distanța D una de cealaltă. Sarcinile sunt de semn opus și au valori diferite, $q_1 = -kq_2, k > 1$. *(i)* Arătați că suprafața echipotențială de potențial nul a câmpului electric creat de aceste sarcini este o suprafață sferică. Determinați: *(ii)* raza și *(iii)* poziția centrului acestei suprafețe sferice. Descrieți suprafața în raport cu poziția sarcinilor. *Rezultatele se exprimă în funcție de D și k.*

b) (4p) Considerăm un conductor electric ideal de formă sferică, având raza R și fiind legat la pământ (potențial nul). La distanța $d = 2R$ de centrul conductorului sferic este fixată o sarcină electrică punctiformă q. Considerăm sistemul aflat la echilibru electrostatic.

Determinați: *(*i) forța electrică ce se exercită asupra sarcinii punctiforme; *(ii)* intensitatea câmpului electric și *(iii)* densitatea superficială de sarcină electrică în punctul P de pe suprafața conductorului aflat pe segmentul de dreaptă ce unește punctul în care se află sarcina punctiformă și centrul conductorului;

c) (2p) În cazul sistemului descris la subpunctul b) determinați intensitatea câmpului electric și densitatea superficială de sarcină electrică în punctele P' de pe suprafața conductorului aflate în planul ce trece prin centrul conductorului și este perpendicular pe dreapta determinată de centrul conductorului sferic și punctul în care se află sarcina punctiformă q.

Rezultatele se vor exprima în funcție de q, R și permitivitatea electrică a vidului ε_0.



Indicație: Se va folosi o consecință a teorema de unicitate și anume: potențialul electric (implicit intensitatea câmpului electric) este unic determinat(ă) de condițiile la frontiera unui domeniu. Astfel, sistemul fizic descris la subpunctul b) este echivalent cu cel descris la subpunctul a) pe domeniul spațial ce conține suprafața și exteriorul conductorului.
Se folosește convenția standard că potențialul electric pe suprafața de la infinit este nul.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Universitatea din Craiova
Facultatea de Științe
Departamentul de FIZICĂ

Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu"
ediția a XIV-a, etapa națională, Craiova, 04 aprile 2026
Subiecte – anul II

III. Se dau două oglinzi concave, având aceeași distanță focală f și axa comună. Să se determine distanța minimă dintre vârfurile oglinzilor, astfel încât imaginea unui obiect punctiform luminos aflat pe axa principală să se formeze în același loc cu obiectul, în urma reflexiilor razelor de lumină care provin de la obiectul punctiform luminos, succesiv pe cele două oglinzi.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul de Fizică Dragomir Hurmuzescu 2026

Lect. dr. Sándor Bulcsú <bulcsu.sandor@ubbcluj.ro>

Un amestec format din mase egale de apă și gheață, $m_0 = m_a = m_g = 1\,\text{kg}$, este conținut într-un vas cilindric izolat termic, prevăzut cu un piston ușor. Presiunea exercitată asupra pistonului este crescută foarte lent de la valoarea inițială $p_0 = 10^5$ Pa până la $p_1 = 25 \cdot 10^5$ Pa.

Se știe că temperatura de topire a gheții scade odată cu creșterea presiunii exterioare, aproximativ liniar, cu $\Delta t' = 1\,^\circ\text{C}$ pentru o creștere a presiunii de $\Delta p' = 135 \cdot 10^5$ Pa. Cantitatea de gheață topită (apa rezultată din topire) în timpul procesului crește liniar cu presiunea și se poate folosi aproximația că masa de gheață topită, Δm, este mult mai mică decât masele inițiale de apă și gheață, $\Delta m \ll m_0$.

Căldurile specifice ale apei și gheții sunt $c_a = 4.2$ kJ/(kg K), $c_g = 2.1$ kJ/(kg K), căldura latentă de topire este $\lambda = 340$ kJ/kg, iar densitatea gheții satisface relația $\rho_g = 0.9\,\rho_a$, unde ρ_a reprezintă densitatea apei.

(a) Estimați temperatura finală de echilibru a amestecului.

(b) Estimați variația volumului sistemului, ΔV, în funcția de ρ_a și Δm.

(c) Determinați lucrul mecanic L efectuat de forța exterioară.
Date: p_0, p_1, ρ_a și Δm.

(d) Determinați masa Δm de apă rezultată din topire în timpul procesului.

Barem

(a) **[1 p]**

Odată cu creșterea presiunii, temperatura de topire a gheții scade și se topește o anumită cantitate de gheață; în consecință, scade și temperatura amestecului. **(0.5 p)**

Temperatura inițială a sistemului este $t_0 = 0^\circ$C, iar temperatura finală a amestecului coincide cu temperatura de topire a gheții corespunzătoare presiunii finale:

$$t_1 = t_0 - \frac{p_1 - p_0}{\Delta p'}\Delta t' = -0.178\ ^\circ\text{C} \quad \textbf{(0.5 p)} \qquad (1)$$

(b) **[2 p]**

Masa totală rămâne neschimbată:

$$m_a + m_g = 2m_0 = const \quad \textbf{(0.5 p)} \qquad (2)$$

Variația de temperatură este mică, astfel încât variația volumului sistemului este determinată în principal de topirea gheții. **(0.5 p)**

Pentru o masă infinitezimală de gheață topită, dm, putem scrie

$$\mathrm{d}V = \mathrm{d}V_a + \mathrm{d}V_g = \frac{\mathrm{d}m}{\rho_a} - \frac{\mathrm{d}m}{\rho_g} = -\frac{\mathrm{d}m}{9\rho_a} \qquad (3)$$

Deci, pentru cantitatea totală $\Delta m > 0$:

$$V_1 - V_0 = \Delta V = -\frac{\Delta m}{9\rho_a} \quad \textbf{(1 p)} \qquad (4)$$

(c) **[3 p]**

Notând cu $m \geq m_0$ masa actuală a apei, cantitatea de gheață topită în timpul procesului, $m - m_0 > 0$, crește liniar cu presiunea:

$$m - m_0 = \frac{\Delta m}{p_1 - p_0}(p(m) - p_0)$$ **(1 p)** (5)

deci

$$p(m) = \frac{p_1 - p_0}{\Delta m}(m - m_0) + p_0$$ **(1 p)** (6)

Lucrul mecanic efectuat :

$$L = -\int_{V_0}^{V_1} p\mathrm{d}V = \int_{m_0}^{m_0+\Delta m} \frac{p(m)\mathrm{d}m}{9\rho_a} = \frac{1}{9\rho_a}\frac{(p_0+p_1)\Delta m}{2}$$ **(1 p)** (7)

unde am folosit formula de calcul a ariei trapezului.

(d) **[3 p]**

Principiul I al termodinamicii pentru un proces infinitezimal se scrie în cazul nostru:

$$-p\mathrm{d}V = \lambda \mathrm{d}m + (2m_0 - m)c_g \mathrm{d}t + m_c_a \mathrm{d}t$$ **(1 p)** (8)

unde am folosit că d$m \ll m$. **(0.5 p)**

Deci, pentru $\Delta m \ll m_0$:

$$\frac{1}{9\rho_a}\frac{(p_0+p_1)\Delta m}{2} \approx m_0\big(c_a + c_g\big)(t_1 - t_0) + \lambda \Delta m$$ **(1 p)** (9)

de unde

$$\Delta m = -\frac{m_0(c_a+c_g)(t_1-t_0)}{\lambda - \frac{1}{9\rho_a}\frac{(p_0+p_1)}{2}} \approx 3.3\ \mathrm{g}$$ **(0.5 p)** (10)

Barem – Subiectul II - Electricitate și magnetism

1p – oficiu

Punctul a) – 3p

Folosind principiul superpoziției potențialului electric pentru sistemul creat de cele două sarcini electrice se scrie expresia

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} + \frac{q_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}\right) = -\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{k}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}\right). \quad (1) \quad \textbf{0,5p}$$

Se alege un sistem de coordonate adecvat, de exemplu cu sarcina q_2 în origine și sarcina q_1 pe axa Ox, de partea pozitivă, în punctul de coordonată $x_1 = D$.

Folosind condiția $V(\vec{r}) = 0$, pe baza relației (1) și folosind sistemul cartezian introdus suprafața echipotențială de potențial nul este descrisă de ecuația

$$\frac{k}{\sqrt{(x-D)^2+y^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = 0. \quad (2) \quad \textbf{0,5p}$$

După prelucrări algebrice aceasta este adusă la forma

$$\left(x + \frac{D}{k^2-1}\right)^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{kD}{k^2-1}\right)^2. \quad (3) \quad \textbf{0,5p}$$

Se constată că ecuația (3) reprezintă ecuația unei suprafețe sferice.

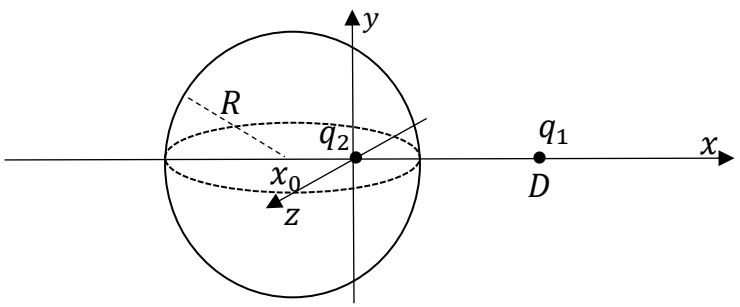
Aceasta are raza

$$R = \frac{kD}{k^2-1} \quad (4) \quad \textbf{0,5p}$$

și centrul în punctul de coordonate

$$(x_0\,, y_0\,, z_0\,) = \left(-\frac{D}{k^2-1}, 0, 0\right). \quad (5) \quad \textbf{0,5p}$$

Se observă că $\frac{R}{|x_0\,|} = k > 1$ ceea ce înseamnă că sarcina q_2, mai mică, se află în interiorul suprafeței sferice echipotențiale de potențial nul. De asemene, inegalitatea $\frac{|x_0\,|+D}{R} = k > 1$ arată că sarcina q_1, mai mare, se află în exteriorul suprafeței sferice (echipotențiale de potențial nul). Ambele sarcini se află de aceeași parte a centrului acestei suprafețe sferice.

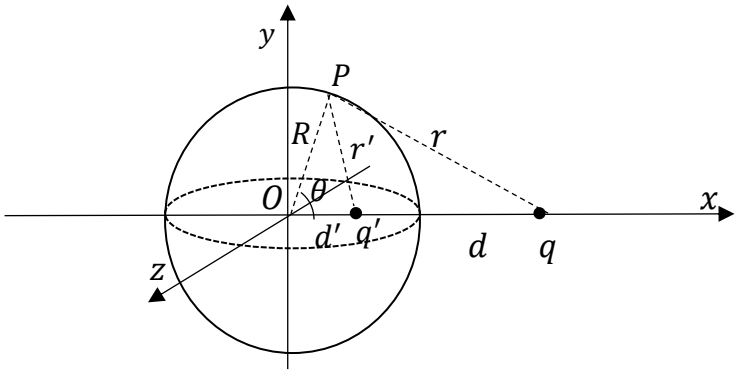


0,5p

Punctul b) – 4p

Un conductor aflat la echilibru electrostatic este echipotențial inclusiv pe suprafața exterioară a acestuia. În cazul nostru suprafața conductorului sferic (legat la pământ) are potențial nul. În plus suprafața de la infinit are și ea potențial nul. Astfel teorema de unicitate (menționată) ne asigură că sistemul conductor sferic (legat la pământ|) - sarcină punctiformă este echivalent, în exteriorul conductorului, cu un sistem de două sarcini punctiforme de semn opus. În consecință în conductor va pătrunde sarcină electrică din pământ, indusă de prezența sarcinii punctiforme aflată în apropierea acestuia, până la stabilirea echilibrului electrostatic când conductorul devine echipotențial, de potențial nul. La echilibru electrostatic pe suprafața conductorului se realizează o astfel de distribuție încât potențialul conductorului să fie nul. Echivalența sistemului cu un sistem de două sarcini punctiforme arată că distribuția de sarcină pe conductor este echivalentă cu „prezența" unei sarcini punctiforme în interiorul conductorului. Această sarcină punctiformă nu există în realitate și de aceea ea este numită „sarcină imagine (virtuală)".

Se poate astfel identifica sarcina punctiformă q cu sarcina q_1 (exterioară) de la punctul a) și sarcina imagine q'cu sarcina q_2. Pentru a determina valoarea sarcinii imagine și poziția acesteia se folosesc relațiile (4) și (5) rescrise într-un sistem de coordonate cu originea în centrul conductorului sferic.



Notând cu d' distanța de la poziția sarcinii imagine la centru conductorului sferic se poate scrie $d' = |x_0|$, $d = |x_0| + D$ iar relațiile (4) și (5) conduc la egalitățile

$\frac{R}{|x_0|} \equiv \frac{R}{d'} = k$, $\frac{|x_0|+D}{R} \equiv \frac{d}{R} = k$, de unde se obține relațiile $\frac{R}{d'} = \frac{d}{R}$ și $\frac{d}{R} = -\frac{q}{q'}$ (deoarece $\frac{q}{q'} = -k$).

Se obțin astfel relațiile ce determină sarcina imagine și poziția acesteia,

$$d' = \frac{R^2}{d} \quad , \quad q' = -q\frac{R}{d} \ . \qquad (6) \qquad \textbf{1,5p}$$

Variantă alternativă!!

Relațiile (6) se pot obține și direct fără a utiliza rezultatele de la subpunctul a), se ține cont doar de echivalența celor două sisteme și implicit existența unei sarcini punctiforme imagine. Pe baza principiului superpoziției se impune ca potențialul pe suprafața sferică a conductorului să fie nul în orice punct al acestei. Pentru a preciza un punct arbitrar pe suprafața conductorului se introduc coordonatele sferice pe sferă, unghiurile θ și φ. Datorită simetriei axiale potențialul nu depinde de φ și se poate alege $\varphi = 0$, adică descrierea în planul xOy. Astfel condiția ca potențialul electric să fie nul în orice punct de pe suprafața conductorului se scrie sub forma

$$V(\theta) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q'}{r'}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{d^2+R^2-2dR\cos\theta}} - \frac{q'}{\sqrt{d'^2+R^2-2d'R\cos\theta}}\right) = 0,\ \forall\theta \in [0,\pi]$$

S-a ținut cont că de la bun început că sarcina imagine trebuie să aibă semn opus, altfel nu se poate realiza un potențial nul (q' reprezintă acum modulul sarcinii imagine).

După prelucrări algebrice această condiție se rescrie sub forma

$$q^2\left(d'^2 + R^2\right) - q'^2(d^2 + R^2) - 2R\left(q^2 d' - q'^2 d\right)\cos\theta = 0\ ,\ \forall\theta \in [0,\pi],$$

care conduce la sistemul de două ecuații cu necunoscutele d' și q',

$$\begin{cases} q^2 d' - q'^2 d = 0 \\ q^2\left(d'^2 + R^2\right) - q'^2(d^2 + R^2) = 0 \end{cases}.$$

Eliminând q'^2 între cele două ecuații se obține $(d' - d)(dd' - R^2) = 0$. Soluția $d' = d$ nu este corectă, deoarece ea conduce în plus la $q' = q$ și în final la un potențial nul în întreg spațiul nu doar pe conductor. A doua soluție $d' = \frac{R^2}{d}$ este cea căutată, care substituită în prima ecuație a sistemului conduce la $q' = q\frac{R}{d}$ (subînțelegând că cele două sarcini au semn opus).

În cazul concret al problemei noastre $d = 2R$ si relațiile (6) conduc la

$$d' = \frac{R}{2}\ \ ,\ \ q' = -\frac{q}{2}\ . \qquad (7) \qquad \textbf{0,5p}$$

Forța electrică ce se exercită asupra sarcinii q se determină direct, pe baza echivalenței stabilite, ca forța de tip Coulomb exercitată asupra acesteia de sarcina imagine q'. Ea este o forță de atracție îndreptată spre centrul conductorului sferic și are modulul

$$F = \frac{|q||q'|}{4\pi\varepsilon_0(d-d')^2} = \frac{q^2}{18\pi\varepsilon_0 R^2}\ . \qquad (8) \qquad \textbf{0,5p}$$

Intensitatea câmpului electric în punctul P, pe baza principiului superpoziției, $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ și în condițiile concrete ale problemei, $\vec{E}$ are modulul dat de expresia

$$E = E_1 + E_2 = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0(d-R)^2} + \frac{|q'|}{4\pi\varepsilon_0(R-d')^2} = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 R^2} + \frac{|q|}{2\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{3|q|}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, \quad (9) \quad \textbf{0,5p}$$

$\vec{E}$ este evident perpendicular pe suprafața conductorului.

Densitatea superficială de sarcină electrică într-un punct arbitrar de pe suprafața unui conductor este dată de relația

$$|\sigma(\vec{r})| = \varepsilon_0 \left|\vec{E}(\vec{r})\right| \quad (10) \quad \textbf{0,5p}$$

Pe baza relațiilor (9) și (8) densitatea superficială de sarcină electrică în punctul P este

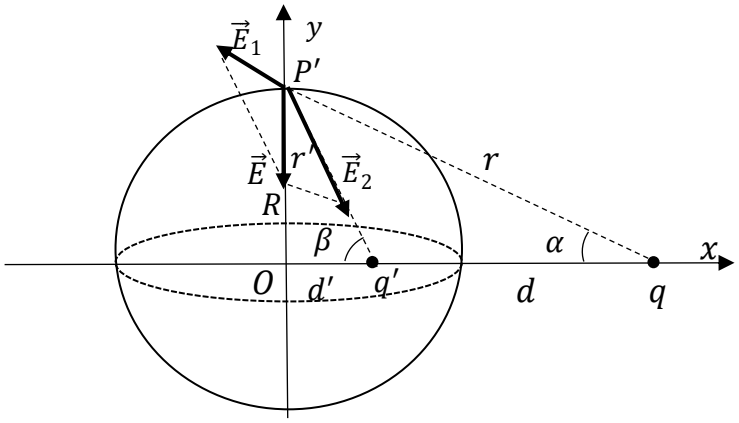
$$|\sigma| = \frac{3|q|}{4\pi R^2} \quad (11) \quad \textbf{0,5p}$$

și ea are semn opus sarcinii q.

Observație! Relația generală (10) se poate determina simplu ținând cont că $\vec{E}$ este perpendicular pe suprafața conductorului, la suprafața acestuia, nul în interiorul conductorului și alegând o suprafață închisă (gaussiană) infinitezimală în jurul unui punct arbitrar de pe suprafața conductorului pe care se aplică legea lui Gauss sub formă globală (integrală).

Punctul c) – 2p

Datorită simetriei axiale analizăm problema într-un plan fixat (ce conține axa de simetrie, axă determinată de poziția sarcinii q și centrul conductorului sferic). Alegem acest plan a fi planul xOy. Problema este similară în orice plan ce conține axa de simetrie, plan precizat printr-un unghi de rotație în jurul acesteia axe, $\varphi \in [0,2\pi)$.



S-a considerat în figură că $q > 0$ (raționamentul este echivalent și pentru $q < 0$)

Pe baza principiului superpoziției intensitatea câmpului electric în punctul P' este $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Din geometria figurii se obține

$$r = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = R\sqrt{5}\,,\ r' = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2} = R\frac{\sqrt{5}}{2}\,,\ sin\alpha = \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{5}}{5}\,,\ sin\beta = \frac{R}{r'} = \frac{2\sqrt{5}}{5}\,. \quad (11)$$

0,5p

$$E_1 = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{|q|}{20\pi\varepsilon_0 R^2}\ ,\ E_2 = \frac{|q'|}{4\pi\varepsilon_0 r'} = \frac{|q|}{10\pi\varepsilon_0 R^2} \quad (12) \quad \textbf{0,5p}$$

Deoarece $\vec{E}$ este perpendicular pe suprafața conductorului, în acest caz are componentă doar în lungul axei Oy,

$$E = E_y = \left|E_{1y} - E_{2y}\right| = |E_1 sin\alpha - E_2 sin\beta| = \left|\frac{\sqrt{5}|q|}{100\pi\varepsilon_0 R^2} - \frac{\sqrt{5}|q|}{25\pi\varepsilon_0 R^2}\right| = \frac{3\sqrt{5}|q|}{100\pi\varepsilon_0 R^2} \text{ . (13)} \quad \textbf{0,5p}$$

$$|\sigma'| = \frac{3\sqrt{5}|q|}{100\pi\varepsilon_0 R^2} \quad (14) \quad \textbf{0,5p}$$

Confirmarea faptului că $\vec{E}$ este perpendicular pe suprafața conductorului:

$$cos\alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{5}{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, cos\beta = \sqrt{1 - sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{20}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ și}$$

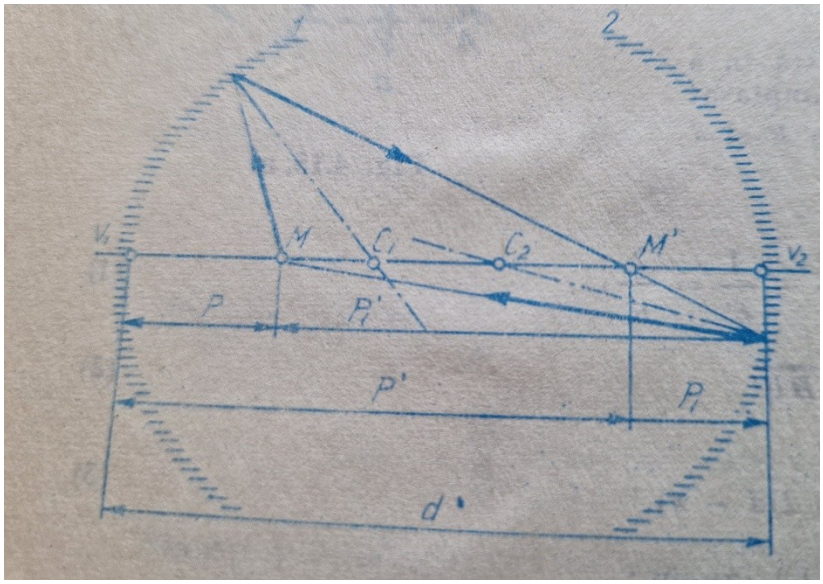
$$E_x = E_{1x} - E_{2y} = \frac{|q|}{20\pi\varepsilon_0 R^2}\frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{|q|}{10\pi\varepsilon_0 R^2}\frac{\sqrt{5}}{5} = 0 \text{ .}$$

Concurs Hurmuzescu 2026, Problema de optică

Se dau două oglinzi concave, având aceeași distanță focală f și axa comună. Să se determine distanța minimă dintre vârfurile oglinzilor, astfel încât imaginea unui obiect punctiform luminos aflat pe axa principală să se formeze în același loc cu obiectul, în urma reflexiilor razelor de lumină care provin de la obiectul punctiform luminos, succesiv pe cele două oglinzi.

BAREM

Desen (2 puncte)



$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$ (0,5 puncte)

$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f}$ (0,5 puncte)

$p'=d-p_1$
$p_1'=d-p$ (0,5 puncte)

Din cele 4 relații de mai sus se obține o relație care ne dă distanța p ca funcție de distanțele d și f, după cum urmează:

$(d-2f)(p^2-\mathrm{pd}+\mathrm{fd})=0$ (4 puncte)

Întrucât $d \neq 2f$ rămâne că $p^2 - pd + fd = 0$ cu soluțiile:

$$p = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$$ (1 punct)

În final, problema este posibilă (p trebuie să fie real) dacă $d \geq 4f$ prin urmare distanța minimă dintre vârfurile oglinzilor este $d_{min} = 4f$ (0,5 puncte)

Notă: se acordă 1 punct din oficiu.