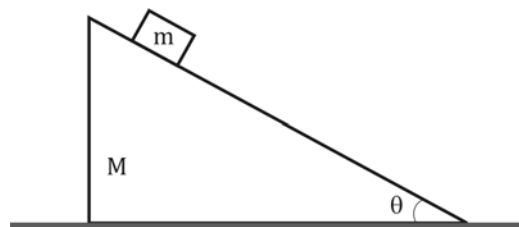


Concursul Național studențesc „Dragomir Hurmuzescu”
Etapă locală
Iași 16 martie 2013

Subiectul I

Pe o pană de masă M , având forma unui plan înclinat de unghi θ și plasată pe o suprafață orizontală lucioasă, este așezat un corp de masă m . Corpul de masă m pleacă din repaus de pe pana M , aflată și ea în repaus. Neglijându-se frecările, aflați accelerațiile cu care se mișcă cele două corpuri.



subiect propus de asist. univ. dr. R. Apetrei

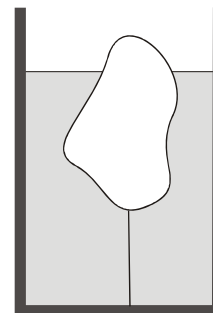
Subiectul II

Ciclul Joule-Brayton idealizat constă din două transformări izobare (la presiunile p_1 și p_2 cu $p_1 < p_2$) și două transformări adiabatice. Să se calculeze randamentul unui motor termic ce ar funcționa după acest ciclu (turbina cu gaz), folosind ca substanță de lucru un gaz ideal, în funcție de raportul presiunilor $\varepsilon = p_2/p_1$. Cum trebuie să fie acest raport pentru a obține un randament mai mare de 50%? Să se găsească lucrul mecanic maxim furnizat de motor în funcție de raportul dintre temperatura maximă (la intrarea în turbină) și temperatura minimă (temperatura aerului atmosferic) pe care le atinge gazul în acest ciclu. Cât este randamentul în acest caz?

subiect propus de conf. univ. dr. C. Baban

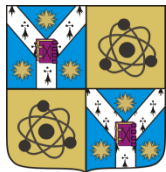
Subiectul III

Într-un cilindru cu apă plutește o bucată de gheață, reținută așa cum indică desenul din figură printr-un fir în care tensiunea este $F = 10\text{ N}$. Întreg sistemul se află în echilibru termodinamic la 0°C și presiune atmosferică normală. O ușoară creștere a presiunii duce la topirea completă a gheții. Cum se schimbă nivelul apei din cilindru după topirea gheții? Aria secțiunii cilindrului este $S = 100\text{ cm}^2$. ($\rho_a = 1\text{ g/cm}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$). Cu cât s-ar ridica nivelul oceanului planetar prin topirea calotei oceanice arctice?



subiect propus de conf. univ. dr. C. Baban

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



Concursul Național studențesc „Dragomir Hurmuzescu”

Etapa locală

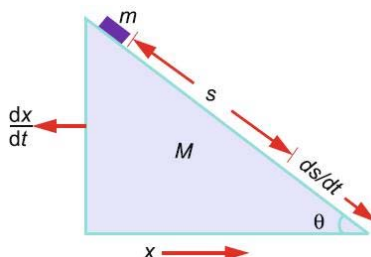
Iași 16 martie 2013

BAREM CORECTARE

Subiectul I

Atunci când corpul m începe să se miște accelerat pe planul înclinat, pana de masă M începe să se miște accelerat spre stânga.

Notăm cu s coordonata deplasării corpului m pe planul înclinat și cu x coordonata deplasării penei M pe suprafața orizontală. Astfel, viteza și accelerația corpului m vor fi $\dot{s}$, respectiv $\ddot{s}$, iar viteza și accelerația penei M vor fi $\dot{x}$, respectiv $\ddot{x}$.



Asupra sistemului corp-pană neacționând nici o forță externă pe direcție orizontală, componenta impulsului sistemului pe această direcție trebuie să fie constantă, deci putem scrie: $m\dot{s} \cos \theta - m\dot{x} - M\dot{x} = 0$. (1)

Deoarece singura forță care pune în mișcare corpul m pe planul înclinat este componenta tangențială a greutății acestuia ($m g \sin \theta$), putem scrie, folosind principiul fundamental al dinamicii, $m\ddot{s} - m\ddot{x} \cos \theta = mg \sin \theta$ (2)

Derivăm ecuația (1) în raport cu timpul. Folosind și ecuația (2), formăm un sistem de două ecuații cu două necunoscute:

$$\begin{cases} m\ddot{s} \cos \theta = (m + M)\ddot{x} \\ \ddot{s} - \ddot{x} \cos \theta = g \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

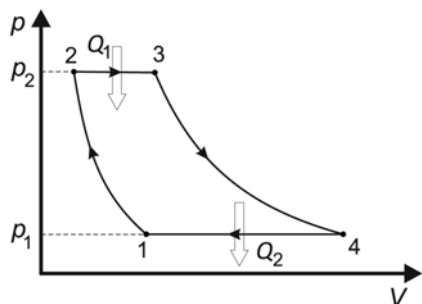
Rezolvarea sistemului va duce la soluția:

$$\begin{cases} \ddot{s} = g \frac{(M + m) \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \\ \ddot{x} = g \frac{m \sin \theta \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta} \end{cases} \quad (4)$$

1. Din oficiu.....	1 pct.
2. Sesizarea faptului că ambele corpuri se mișcă.....	1 pct
3. Conservarea impulsului pe direcție orizontală (ec. 1).....	2 pct.
4. Scrierea ecuației (2).....	2 pct
5. Derivarea în raport cu timpul a ec. (1).....	1 pct
6. Scrierea sistemului de ecuații (3).....	1 pct
7. Rezolvarea sistemului de ecuații (3) și găsirea soluțiilor (4).....	2 pct
TOTAL	10 pct

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul II



Căldura primită este $Q_1 = Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2)$

iar căldura cedată este $Q_2 = Q_{41} = \nu C_p(T_1 - T_4)$

Ecuatia transformării adiabatică exprimată în funcție de presiune și temperatură se scrie sub forma

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const.}$$

$$\text{Pentru transformarea 3-4: } T_3 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \quad T_4 = T_3 \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\text{Pentru transformarea 1-2: } T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \quad T_1 = T_2 \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Randamentul motorului se exprimă prin relația: $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$, $\eta = 1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

$$\eta > 0,5, \quad \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} < \frac{1}{2}, \quad \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} > 2, \quad \varepsilon > 2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \text{ Pentru aer } \varepsilon > 2^{\frac{7}{2}}.$$

Temperatura la intrarea în compresor este T_1 iar temperatura la intrarea în turbină este T_3 . Lucrul mecanic furnizat de motor este

$$L = Q_1 + Q_2 = \nu C_p(T_3 - T_2) + \nu C_p(T_1 - T_4) = \nu C_p(T_3 - T_2 + T_1 - T_4)$$

$$L = \nu C_p \left(T_3 - T_1 \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + T_1 - T_3 \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$$

Dacă aceste temperaturi sunt fixate atunci lucrul mecanic depinde doar de raportul presiunilor. Lucrul mecanic are valoarea maximă atunci când

$$\frac{dL}{d\varepsilon} = 0, \quad -T_1 \frac{\gamma-1}{\gamma} \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}-1} - T_3 \frac{1-\gamma}{\gamma} \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}-1} = 0$$

$$\varepsilon^{\frac{2\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_3}{T_1}, \quad \varepsilon = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$$

Pentru această valoare a raportului presiunilor se obține lucrul mecanic maxim: $L_{\max} = \nu C_p T_1 \left[\left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]^2$

Randamentul corespunzător acestui regim este: $\eta = 1 - \left(\frac{T_1}{T_3} \right)^{\frac{1}{2}}$

1. Din oficiu.....	1 pct.
2. Calculul randamentului.....	4 pct
3. Condiția ca randamentul să fie mai mare de 50%.....	1 pct.
4. Lucrul mecanic maxim.....	2 pct
5. Randamentul în regim de lucru mecanic maxim.....	2 pct
TOTAL	10 pct

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul III

Vom nota cu V_1 volumul gheții aflate deasupra nivelului apei și cu V_2 volumul gheții aflate sub nivelul apei. Înainte de topire gheața se află în echilibru sub acțiunea propriei greutate, a forței arhimedice și a tensiunii din fir:

$$G + F = F_A$$

$$\rho_g g(V_1 + V_2) + F = \rho_a g V_2.$$

Topirea gheții aflate deasupra nivelului apei va duce la creșterea nivelului apei cu y_1 . Topirea gheții aflate sub nivelul apei va conduce la micșorarea nivelului apei cu y_2 , deoarece volumul gheții este mai mare decât al apei (anomalia termică a apei). Masa de apă obținută prin topirea gheții trebuie să fie egală cu masa gheții.

$$\rho_g V_1 = \rho_a S y_1$$

$$\rho_g V_2 = \rho_a S y'_0$$

y'_0 reprezentând grosimea stratului de apă obținut prin topirea gheții din interiorul lichidului.

$$V_2 = S y_0$$

y_0 fiind creșterea nivelului apei datorită faptului că în acesta se găsește gheață

$$y_2 = y_0 - y'_0 = \frac{V_2}{S} - \frac{\rho_g V_2}{\rho_a S}$$

$$y_1 - y_2 = \frac{\rho_g V_1}{\rho_a S} - \frac{V_2}{S} + \frac{\rho_g V_2}{\rho_a S} = \frac{\rho_g (V_1 + V_2)}{\rho_a S} - \frac{V_2}{S} = \frac{\rho_a V_2 - F/g}{\rho_a S} - \frac{V_2}{S}$$

$$y_1 - y_2 = -\frac{F}{\rho_a g S}$$

Pentru calota glaciară oceanică arctică $F = 0$ deci $y_1 - y_2$, ceea ce înseamnă că nivelul oceanului rămâne neschimbat.

1. Din oficiu.....	1 pct.
2. Condiția de echilibru.....	3 pct
3. Analiza modificării nivelului apei ca urmare a topirii gheții.....	2 pct.
4. Relația care exprimă modificarea nivelului apei.....	2 pct
5. Analiza topirii calotei oceanice.....	2 pct
TOTAL	10 pct

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.