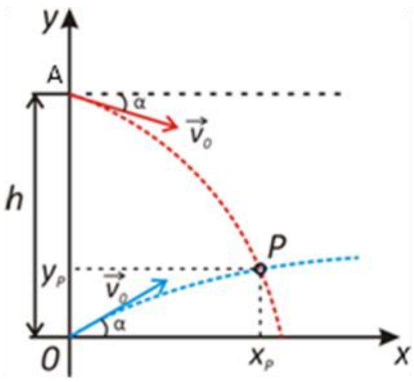
MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE
UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" din IAŞI
FACULTATEA DE FIZICĂ

Concursul Naţional studenţesc „Dragomir Hurmuzescu"
Etapa locală
martie 2015

I

Subiectul I

Două corpuri sunt aruncate simultan, cu aceeaşi viteză iniţială v_0. Primul corp este aruncat dintr-un punct O de pe sol sub unghiul α faţă de orizontală, iar al doilea, dintr-un punct A, situat pe verticala care trece prin O, aflat la înălţimea h de sol, spre suprafaţa pământului, sub acelaşi unghi α faţă de orizontală, astfel încât la un moment dat traiectoriile celor două corpuri se intersectează într-un punct P (v. Fig. alăturată). Să se determine:



a) Coordonatele punctului de intersecţie P a traiectoriilor corpurilor;
b) Timpul după care se întâlnesc corpurile.

Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională g.

Subiectul al II-lea

Asupra unui corp de masă $m = 4\,\text{kg}$ ce are viteza iniţială $v_0 = 30\,\text{m/s}$ acţionează simultan două forţe, $F_1 = 4\,\text{N}$ şi $F_2 = 5\,\text{N}$, care fac unghiurile $\alpha_1 = 60^\circ$, respectiv, $\alpha_2 = 120^\circ$ cu direcţia vitezei $\vec{v}_0$. După $t = 10\,\text{s}$ de la începutul mişcării, determinaţi valorile numerice pentru:

a) acceleraţia corpului;
b) viteza corpului;
c) unghiul β pe care îl face direcţia vitezei $\vec{v}$ cu direcţia vitezei $\vec{v}_0$;
d) distanța parcursă de corp în timpul *t*.

Subiectul al III-lea

Trei bile perfect elastice de mase m_1, m_2 şi m_3 sunt aşezate în ordine, în linie dreaptă, pe un plan orizontal şi neted. Se imprimă primei bile o viteză; ea ciocneşte a doua bilă, iar aceasta o ciocneşte, la rândul ei, pe cea de-a treia. Să se calculeze pentru ce valoare a masei m_2 a treia bilă va avea viteză maximă şi să se determine această viteză.

subiecte propuse de

asist. univ. dr. Laura SCURTU

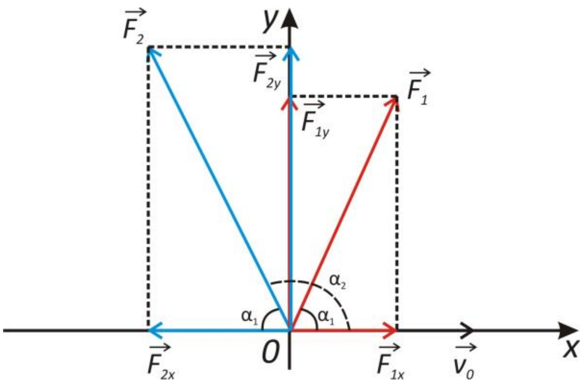
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenţi.
4. Studenţii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Rezolvare şi barem

Subiectul I	**Parţial**	**Punctaj**
		10 p
OX: $x_1 = v_{0x} \cdot t = t \cdot v_0 \cdot \cos\alpha \Rightarrow t = \dfrac{x_1}{v_0 \cdot \cos\alpha}$	**0,5 p**	
OY: $y_1 = v_{0y} \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2} = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_1}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$ $y_1 = x_1 \cdot \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_1}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$	**1 p**	
OX: $x_2 = v_{0x} \cdot t = t \cdot v_0 \cdot \cos\alpha \Rightarrow t = \dfrac{x_2}{v_0 \cdot \cos\alpha}$	**0,5 p**	
OY: $y_2 = h - v_{0y} \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2} = h - v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_2}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$ $y_2 = h - x_2 \cdot \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_2}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$	**1 p**	
La întâlnire:		
$y_1 = y_2 \Rightarrow x_P \cdot \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_P}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 = h - x_P \cdot \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x_P}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2$	**1,5 p**	
$h = 2 \cdot x_P \cdot \mathrm{tg}\alpha \Rightarrow x_P = \dfrac{h}{2 \cdot \mathrm{tg}\alpha}$ $y_P = \dfrac{h}{2 \cdot \mathrm{tg}\alpha} \cdot \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{h}{2 \cdot \mathrm{tg}\alpha}\right)^2 \cdot \dfrac{1}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} = \dfrac{h}{2}\left(1 - \dfrac{g \cdot h}{4 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}\right)$	**1,5 p**	
Traiectoriile se întâlnesc numai dacă $y_P > 0 \Rightarrow \dfrac{g \cdot h}{4 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2\alpha} < 1$ $h < \dfrac{4 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{g}$	**1,5 p**	
Pe orizontală, corpurile de deplasează uniform cu viteza $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$. Pentru $t_1 = t_2$ avem $y_1 = y_2 \Rightarrow t \cdot v_0 \cdot \sin\alpha - \dfrac{g \cdot t^2}{2} = h - t \cdot v_0 \cdot \sin\alpha - \dfrac{g \cdot t^2}{2}$ $t = \dfrac{h}{2 \cdot v_0 \cdot \sin\alpha}$	**1,5 p**	
Oficiu		**1 p**

Subiectul al II-lea **Parţial** **Punctaj**

10 p

Desen: 

1 p

OX: $m\cdot\vec{a_x}=\vec{F_{1x}}+\vec{F_{2x}}\Rightarrow m\cdot a_x=F_{1x}-F_{2x}=F_1\cdot\cos\alpha_1-F_2\cdot\cos(\pi-\alpha_2)=$

$=F_1\cdot\cos\alpha_1+F_2\cdot\cos\alpha_2\Rightarrow a_x=\dfrac{F_1\cdot\cos\alpha_1+F_2\cdot\cos\alpha_2}{m}=-0{,}125\,\text{m/s}^2$ **1,25 p**

OY: $m\cdot\vec{a_y}=\vec{F_{1y}}+\vec{F_{2y}}\Rightarrow m\cdot a_y=F_{1y}+F_{2y}=F_1\cdot\sin\alpha_1+F_2\cdot\sin(\pi-\alpha_2)=$

$=F_1\cdot\sin\alpha_1+F_2\cdot\sin\alpha_2\Rightarrow a_y=\dfrac{F_1\cdot\sin\alpha_1+F_2\cdot\sin\alpha_2}{m}=1{,}935\,\text{m/s}^2$ **1,25 p**

$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}\approx 1{,}94\,\text{m/s}^2$ **0,5 p**

Având în vedere că $\vec{a}=\overrightarrow{\text{const}}$, ecuaţia vectorială a vitezei este: $\vec{v}=\vec{v_0}+\vec{a}\,t$

OX: $v_x=v_{0x}+a_x\cdot t$, $v_{0x}=v_0$ **0,5 p**

$v_x=v_0+a_x\cdot t=28{,}75\,\text{m/s}$ **0,25 p**

OY: $v_y=v_{0y}+a_y\cdot t$, $v_{0y}=0$ **0,5 p**

$v_y=a_y\cdot t=19{,}35\,\text{m/s}$ **0,25 p**

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\approx 34{,}65\,\text{m/s}^2$ **0,5 p**

$\beta=arctg\dfrac{v_y}{v_x}=33^\circ 94'$ **1,5 p**

Pentru spaţiu: $\vec{s}=\vec{v_0}\cdot t+\dfrac{\vec{a}\cdot t^2}{2}$

0,5 p

OX: $x=v_{0x}\cdot t+\dfrac{a_x\cdot t^2}{2}$

$x=v_0\cdot t+\dfrac{a_x\cdot t^2}{2}=306{,}25\,\text{m}$ **0,25 p**

OX: $y=v_{0y}\cdot t+\dfrac{a_y\cdot t^2}{2}$ **0,5 p**

OX: $y=\frac{a_y \cdot t^2}{2}=96,75\text{m}$ **0,25 p**

Oficiu **1 p**

Subiectul al III-lea **Parţial** **Punctaj**

Se aplică legea conservării impulsului la ciocnirea a două câte două bile.

Pentru bilele de mase m_1 şi, respectiv, m_2, avem: $m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1^{'} + m_2 \cdot v_2^{'}$ **1 p**

Ciocnirea fiind perfect elastică, coeficientul de restituire $k=1 \Rightarrow \frac{v_2^{'}-v_1^{'}}{v_1}=1$ **0,75 p**

$\Rightarrow v_1 = v_2^{'} - v_1^{'} \Rightarrow v_1^{'} = v_2^{'} - v_1$

$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot \left(v_2^{'} - v_1\right) + m_2 \cdot v_2^{'} \Rightarrow v_2^{'} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$ **1 p**

În urma ciocnirii bilelor de mase m_2 şi, respectiv, m_3:

$m_2 \cdot v_2^{'} = m_2 \cdot v_2^{''} + m_3 \cdot v_3^{'}$ **1 p**

$k=1=\frac{v_3^{'}-v_2^{''}}{v_2^{'}} \Rightarrow v_2^{''} = v_3^{'} - v_2^{'}$ **0,75 p**

$m_2 \cdot v_2^{'} = m_2 \cdot \left(v_3^{'} - v_2^{'}\right) + m_3 \cdot v_3^{'} \Rightarrow v_3^{'} = \frac{2 \cdot m_2 \cdot v_2^{'}}{m_2 + m_3} = \frac{2 \cdot m_2 \cdot 2 \cdot m_1 \cdot v_1}{\left(m_2 + m_3\right) \cdot \left(m_1 + m_2\right)} =$

$= \frac{4 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_2 + \frac{m_1 \cdot m_3}{m_2} + m_1 + m_3}$ **1,5 p**

Funcţia $v_3^{'} = f\left(m_2\right)$ prezintă un maxim atunci când

$\frac{d\left(m_2 + \frac{m_1 \cdot m_3}{m_2} + m_1 + m_3\right)}{dm_2} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{m_1 \cdot m_3}{m_2^2} = 0 \Rightarrow m_2 = \sqrt{m_1 \cdot m_3}$ **2 p**

$v_{3\max}^{'} = \frac{4 \cdot m_1 \cdot v_1}{\left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_3}\right)^2}$ **1 p**

Oficiu **1 p**