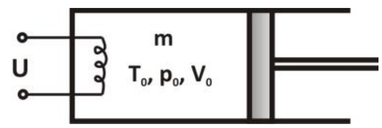
MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" din IAŞI
FACULTATEA DE FIZICĂ

II

Concursul Naţional studenţesc „Dragomir Hurmuzescu"
Etapa locală
Iaşi ... martie 2016

Subiectul I

Pentru determinarea raportului căldurilor molare ale unui gaz la presiune (C_p) şi, respectiv, la volum constant (C_v) s-a folosit următoarea metodă. Într-un cilindru cu piston ce conţine o anumită cantitate, *m*, din gazul de studiu, s-a introdus un conductor de platină prin care s-a trecut un curent electric, *I*, un timp determinat, τ, prin aplicarea unei tensiuni, *U* (vezi figura). Parametrii gazului în starea iniţială sunt: T_0, p_0, V_0. Din această stare, gazul s-a încălzit prin două metode diferite: (*i*) păstrând volumul V_0 constant prin blocarea pistonului, până când presiunea a ajuns la valoarea p_1; (*ii*) păstrând presiunea p_0 constantă prin lăsarea liberă a pistonului, până când volumul a ajuns la valoarea V_1. Să se determine:



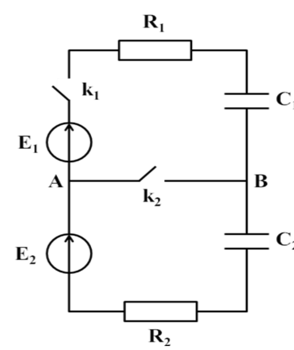
a) Raportul C_p/C_v.
b) Numărul gradelor de libertate ale gazului din cilindru.
c) Ce gaz se află în cilindru.

Aplicaţie numerică: m = 4,2 g, I = 1 A, U = 220 V, τ = 83,1 s, T_0 = 300 K, p_0 = 1 atm, V_0 = 1 dm^3, p_1 = 2,4 atm, V_1 = 2 dm^3, R = 8,31 J/mol K.

*Subiect propus de **conf.univ.dr. Cristian BABAN** și **asist.univ.dr. Laura VELICU***

Subiectul al II-lea

În schema din Figura alăturată se cunosc capacitățile condensatorilor: C_1=3 μF, C_2= 5 μF; rezistențele rezistorilor: R_1 = 8 Ω, R_2 = 6 Ω, și tensiunile electromotoare ale surselor: E_1 = 30 V și E_2 = 20 V.



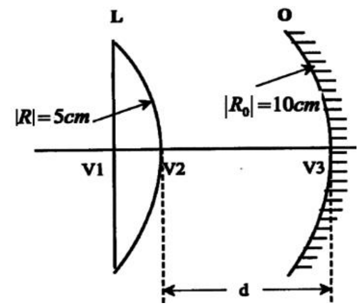
a) Întrerupătorul K_2 fiind deschis, iar întrerupătorul K_1 fiind închis, care sunt sarcinile electrice cu care se încarcă cei doi condensatori după un timp suficient de lung? Să se calculeze diferența de potențial între punctele A și B. (2.5 puncte)
b) Se păstrează K_1 închis și se închide și întrerupătorul K_2. Care sunt noile sarcini electrice care se vor regăsi pe cei doi condensatori? (1.5 puncte)
c) Dacă K_2 este deschis, care este curentul electric ce trece prin cei doi rezistori, imediat după ce se închide întrerupătorul K_1? Cum se modifică în timp acest curent? Care va fi energia disipată în cei doi rezistori până se ajunge la starea staționară? (3 puncte)
d) Daca K_1 este închis, care sunt curenții electrici care trec prin cei doi rezistori și prin firul AB imediat după ce se închide întrerupătorul K_2? (2 puncte).

*Subiect propus de **dr. Leontin PĂDURARIU***

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenţi.
4. Studenţii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul al III-lea

Un sistem optic centrat este format dintr-o lentilă subţire de sticlă (n=1.5) plan-convexă cu raza de curbură |R|=5 cm şi o oglindă sferică concavă cu raza de curbură $|R_O|$=10 cm situată la distanţa de d=5 cm faţă de lentilă. Să se determine:



a) Elementele cardinale şi distanţele focale ale sistemului;
b) Poziţia şi mărimea unui obiect liniar pentru care sistemul formează o imagine cu înălţimea de 8 mm situată la distanţa de 2 cm faţă de sistem
c) Construiţi grafic imaginea obiectului in sistem în condiţiile de la punctul (b).

Subiect propus de lect.univ.dr. ***Bogdănel MUNTEANU***

Subiectul al IV-lea

Un pendul simplu este suspendat astfel încât punctul material se poate mişca liber pe o suprafaţă sferică de rază R, cu centrul O, formând astfel un pendul sferic (Fig. 1). Utilizând formalismul Lagrange, să se determine:

1) Ecuaţiile analitice ale tuturor legăturilor ce restricţionează mişcarea punctului material pe suprafaţa sferică şi numărul gradelor de libertate, menţionând parametrii lagrangeeni corespunzători.
2) Energia cinetică şi energia potenţială pentru punctul material.
3) Ecuaţiile diferenţiale ce caracterizează mişcarea punctului material.
4) Menţionaţi coordonatele ciclice şi integralele prime ale sistemului discutând semnificaţia lor fizică.
5) Să se analizeze cazul particular în care traiectoria punctului să fie cercul din planul orizontal, cu centrul în punctul care împarte raza verticală în două părţi egale (pendulul conic).

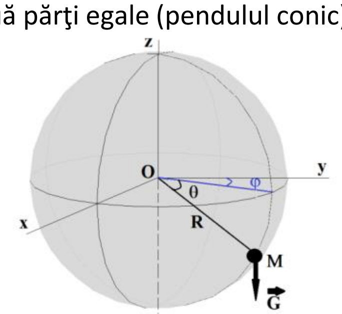


Fig. 1 Mişcarea punctului M pe suprafaţa sferică de rază R

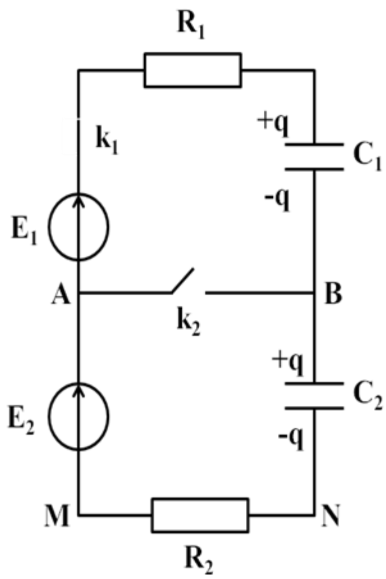
Subiect propus de lect.univ.dr. ***Iordana AȘTEFĂNOAEI***

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3, se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 2 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenţi.
4. Studenţii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Rezolvare şi barem problema 1

Subiectul I	**Parţial**	**Punctaj**
		10 p
a) $\left.\begin{array}{l} Q_v = U \cdot I \cdot \tau = \nu C_V (T_1 - T_0) \\ Q_p = U \cdot I \cdot \tau = \nu C_p (T_1^{'} - T_0) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{C_p}{C_V} = \frac{T_1 - T_0}{T_1^{'} - T_0}$ $\left.\begin{array}{l} T_1 = T_0 \frac{p_1}{p_0} = 720\,\mathrm{K} \\ T_1^{'} = T_0 \frac{V_1}{V_0} = 600\,\mathrm{K} \end{array}\right\} \frac{Cp}{Cv} = \frac{V_0 (p_1 - p_0)}{p_0 (V_1 - V_0)} = 1,4$	**4 p**	
b) $\frac{Cp}{Cv} = \frac{i+2}{i} = 1,4 \Rightarrow i = 5$ (gaz biatomic)	**2 p**	
c) $U \cdot I \cdot \tau = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_1 - T_0)$ $\mu = \frac{m \cdot i \cdot R \cdot (T_1 - T_0)}{2 \cdot U \cdot I \cdot \tau} \approx 2\,\mathrm{g/mol}$ HIDROGEN MOLECULAR	**3 p**	
Oficiu	**1 p**	

barem problema 2



a) Capacitatea echivalentă a circuitului:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \qquad 0.25\text{ p}$$

Tensiunea electromotoare echivalentă a celor două surse:

$$E_e = E_1 + E_2 \qquad 0.25\text{ p}$$

Sarcina electrică de pe condensatori

$$q = C_e E_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}(E_1 + E_2) \qquad 0.5\text{ p}$$

Diferența de potențial între punctele A și B:

$$U_{AB} = V_A - V_B = V_A - V_M + V_M - V_N + V_N - V_B = E_2 + 0 - \frac{q}{C_2} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = E_2 - \frac{C_1 (E_1 + E_2)}{C_1 + C_2} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = \frac{C_2 E_2 - C_1 E_1}{C_1 + C_2} \qquad 1\text{ p}$$

Calcule numerice:

$C_e = 1.875\,\mu F$, $E_e = 50\,V$, $q = 93.75\,\mu\mathrm{C}$, $U_{AB} = -6.25\,\mathrm{V}$ 0.5 p

b) Sarcina electrica a primului condensator:

$$q_1 = C_1 E_1 \qquad 0.5\text{ p}$$

Sarcina electrică a celui de-al doilea condensator:

$q_2 = C_2 E_2$ 0.5 p

Calcule numerice:

$q_1 = 90\ \mu\text{C}$

$q_2 = 100\ \mu C$ 0.5 p

c) Imediat după ce întrerupătorul *K₁* se închide, condensatoarele nu sunt încărcate, iar căderile de potențial pe ele sunt nule. Curentul prin rezistori se obține din relația:

$E_1 + E_2 = I(R_1 + R_2)$

$I = \dfrac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2}$ 0.5 p

Calculul sarcinii electrice in funcție de timp se realizează pornind de la relația dintre tensiunile de pe elemente:

$E_e = IR_e + \dfrac{q}{C_e} = \dfrac{dq}{dt} R_e + \dfrac{q}{C_e}$, unde $E_e = E_1 + E_2$ este tensiunea echivalentă a celor doua surse, $R_e = R_1 + R_2$ este rezistența echivalentă a celor două surse, iar $C_e = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ este capacitatea echivalentă a celor doi condensatori. 0.5 p

Se rezolvă ecuația:

$$C_e R_e \frac{dq}{dt} = C_e E_e - q \quad \Rightarrow$$

$$\frac{dq}{q - C_e E_e} = -\frac{1}{C_e R_e} dt \quad \Rightarrow$$

$$\ln(q - C_e E_e)\Big|_0^q = -\frac{1}{C_e R_e} t \quad \Rightarrow$$

$$q - C_e E_e = -C_e E_e e^{-\frac{t}{C_e R_e}} \quad \Rightarrow$$

$$q(t) = C_e E_e \left(1 - e^{-\frac{t}{C_e R_e}}\right)$$ 0.5 p

Curentul electric se obține derivând sarcina electrică:

$i(t) = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{E_e}{R_e} e^{-\frac{t}{C_e R_e}} \Rightarrow$ Curentul scade de la valoarea $\dfrac{E_e}{R_e}$, determinată mai sus, la valoarea 0. 0.5 p

Căldura disipată:

$$W = R_e \int_0^\infty i^2 dt = \frac{E_e^2}{R_e} \int_0^\infty e^{-\frac{2t}{C_e R_e}} dt = \frac{E_e^2}{R_e} \left(-\frac{C_e R_e}{2} e^{-\frac{2t}{C_e R_e}} \right)\Bigg|_0^\infty = \frac{E_e^2}{R_e} \cdot \frac{C_e R_e}{2}$$

$W = \dfrac{C_e E_e^2}{2}$ 0.5 p

Calcule numerice:

$I = 3.57\ \text{A}$ $W = 2.34 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$ 0.5 p

d) Relația între tensiuni pe primul ochi:

$$E_1 = I_1 R_1 + \frac{q}{C_1} \quad \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{E_1 - \frac{q}{C_1}}{R_1}$$ 0.5 p

Analog

$$I_2 = \frac{E_2 - \frac{q}{C_2}}{R_2}$$ 0.5 p

Curentul electric prin firul AB:

$I_{AB} = I_1 - I_2$ 0.5 p

Calcule numerice:

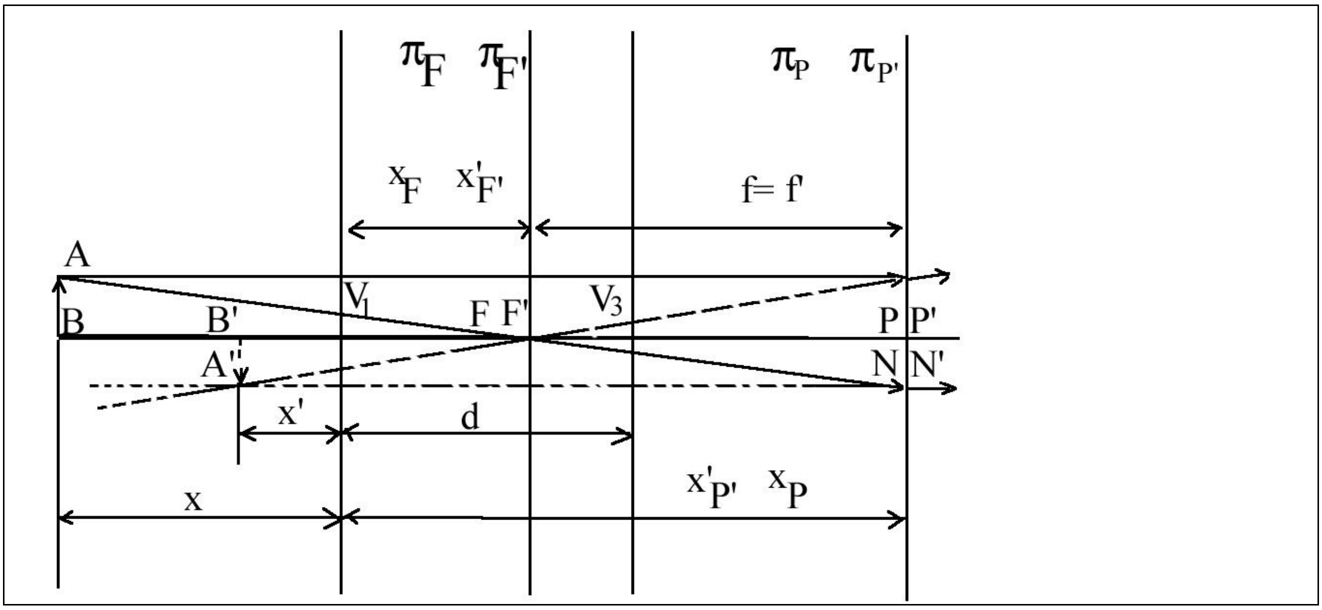
$I_1 = -0.16\,\mathrm{A}$ Curentul are sensul opus celui dat de sursă.

$I_2 = 0.21\,\mathrm{A}$ $I_{AB} = 0.37\,\mathrm{A}$ 0.5 p

barem problema 3

1 punct din oficiu

Punctul **(a)** 3 puncte
1 punct: Matricea de refracţie a sistemului: $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix}$ unde $\varphi_0 = -\frac{2}{R_0}$ $\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{10} cm^{-1}$
1 punct: Matricea sistemului: $S = \begin{pmatrix} 1 & x' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Ecuaţia punctelor conjugate $\frac{R_{11}}{x'} + \frac{R_{22}}{x} + R_{21} + \frac{R_{21}}{xx'} = 0$ şi poziţia planelor focale $x_F = x'_{F'} = 10/3cm$
1 punct: Poziţia planelor principale, din condiţia $S_{11} = S_{22} = 1$;   In cazul sistemului de faţă n=n’ şi deci poziţia planelor principale coincide cu poziţia planelor nodale $x'_{P'} = x'_{N'} = 10cm$ si $x_P = x_N = 10cm$
Punctul **(b)** 3 puncte
1.5 puncte: $x' = -2cm$ si $y' = 0.8cm$.   Se utilizează ecuaţia punctelor conjugate şi ecuaţia măririi liniare transversale de unde rezultă că obiectul se găseşte la distanţa $x = -5cm$ de lentilă.
1.5 puncte: Mărirea liniară corespunzătoare este $M = 0.8$. Rezultă ca obiectul are înălţimea $y = 1cm$.
Punctul **(c)** 3 puncte



barem problema 4

1p - oficiu

Punctul 1): 1p

1p - scrierea ecuațiilor analitice corespunzătoare tuturor legăturilor la care este supus sistemul, stabilirea numărului gradelor de libertate şi menţionarea celor 2 parametri lagrangeeni, θ şi φ ;

i) **0.2 p** = nr. de legături şi scrierea ecuaţiilor analitice a tuturor legăturilor

ii) **0.4 p** = nr. gradelor de libertate

iii) **0.4 p** = justificarea considerării celor doi parametri θ şi φ

Mişcarea punctului material are loc pe o suprafaţă sferică. Punctul material este supus unei singure legaturi, adică s =1. Ecuaţia analitică a legăturii este exprimată prin relaţia: $r = \left|\vec{R}\right|$ =const. Conform relaţiei n = 3N-s (unde N = nr de puncte materiale şi s - numărul de legături), rezultă că n = 3-1 = 2 reprezintă numărul gradelor de libertate. Celor 2 grade de libertate le ataşăm coordonatele generalizate: $q^1 = \theta$ şi $q^2 = \varphi$. Mişcarea punctului material este studiată prin intermediul coordonatelor θ(t) şi φ(t).

Punctul 2): 2p

1p - deducerea expresiei corespunzătoare energiei cinetice pentru punctul material;

0.5 p - scrierea coordonatelor punctului M pe sferă, ţinând seama de unghiul θ şi unghiul φ aşa cum sunt reprezentate in Fig. 1;

$$x = R\cos\theta\ \sin\varphi;\ y = R\cos\theta\ \cos\varphi;\ z = -R\ \sin\theta$$

0.5 p - calculul energiei cinetice T plecând de la expresia:

$T = \frac{mR^2}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$ şi obţinerea relaţiei $T = \frac{mR^2}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 cos^2\theta)$

1p - deducerea expresiei corespunzătoare energiei potențiale pentru punctul material;

-se consideră Oz - sensul pozitiv al axei z; -se consideră Ox - sensul pozitiv al axei x; -se consideră Oy - sensul pozitiv al axei z;

Se obține energia potenţială $V = -mgz = mgR\ sin\theta$, ţinând seama că $z = -R\ sin\theta$, (axa Oz reprezintă sensul pozitiv al axei z) şi V = 0 pentru z =0.

Punctul 3): 2p

1p - deducerea funcției Lagrange L asociată punctului material;

adică expresia: $L = \frac{mR^2}{2}\left(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 cos^2\theta\right)$ - $mgR\ sin\theta$

1p - scrierea celor 2 ecuații Lagrange de speța a II-a pentru punctul material;

0. 5 p - ecuaţia pentru θ :

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ - ceea ce conduce la ecuaţia:

$$\ddot{\theta} + \dot{\varphi}^2 cos\theta \sin\theta + \frac{g}{R}\ cos\theta = 0$$

sau

$$\ddot{\theta} + C_1^2\frac{sin\theta}{cos^3\theta} + \frac{g}{R}cos\theta = 0$$

0. 5 p - ecuaţia pentru φ :

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$ - ceea ce conduce la ecuaţia:

$$mR^2\dot{\varphi}cos^2\theta = const.$$

sau

$\dot{\varphi}cos^2\theta = C_1$

Punctul 4): 2p

1p - determinarea coordonatei ciclice şi a integralei prime corespunzătoare;

φ - este coordonata ciclică deoarece lagrangeanul L nu depinde de φ. Prin urmare, $p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = const.$ este impulsul generalizat asociat coordonatei φ, care în cazul nostru este o integrală primă: $p_\varphi = const.$ adică $\dot{\varphi}cos^2\theta = C_1$.

1p - discuţia privind semnificaţia fizică a integralei prime determinate ($p_\varphi = const.$);

- dacă φ este unghi atunci p_φ - impulsul generalizat asociat coordonatei generalizate φ este un moment cinetic;

În cazul nostru - se demonstrează că p_φ are semnificaţia componentei după z a momentului cinetic al pendulului în raport cu O. Sistemul are simetrie în raport cu rotaţia de unghi φ în jurul axei Oz.

O altă integrală primă este energia totală E deoarece sistemul este conservativ.

Punctul 5): 2p

2p - analiza şi discuţia cazului particular:

1p $\frac{R}{2} = R\sin\theta \rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}$ şi $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, adică $\theta = 30^o$

1p $p_\varphi = C$ deci $\dot{\varphi}cos^2\theta = C_1$ adică $\dot{\varphi} = \frac{C_1}{cos^2 30}$ adică $\dot{\varphi} = \frac{4C_1}{3} = C_2$

Mişcarea punctului material are loc în acest caz cu viteza unghiulară $\dot{\varphi} = const.$