Concursul Naţional Studenţesc de Fizică DRAGOMIR HURMUZESCU
Ediţia a IX-a, 21 mai 2021
Problema - Fizica moleculara si caldura
Lect. dr. Iulian PETRIŞOR – Universitatea din Craiova

O maşină termică funcţionează cu gaz ideal după un ciclu format dintr-o izotermă BA şi dreapta ACB ca în figura. Se cere:

a) Să se determine starea C în care temperatura este maximă. (**3puncte**)

b) Să se calculeze randamentul motorului termic care ar funcţiona între temperaturile extreme din ciclul considerat.(**2puncte**)

c) Să se calculeze randamentul motorului termic care ar funcţiona cu gaz monoatomic după ciclul din figură. Se dă căldura kilomolară la volum constant: $C_V = \frac{3}{2}R$ şi $\ln 2 = 0.693$.(**4puncte**)

1punct din oficiu

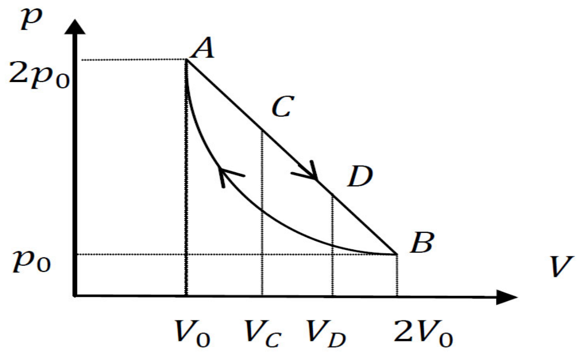


Figura 1. Fizica moleculara si caldura.

Rezolvare

a) Folosim ecuaţia dreptei AB

$$p = aV + b$$

vom găsi constantele a şi b

$$a = -\frac{p_0}{V_0}$$
$$b = 3p_0$$

1punct

....

Din ecuaţia termică de stare a gazului ideal:

$$pV = \nu RT \Longrightarrow$$

$$T = \frac{1}{\nu R}\left(-\frac{p_0}{V_0}V^2 + 3p_0 V\right)$$

1punct

....

Din condiţia $\frac{dT}{dV} = 0 \Longrightarrow V_C = \frac{3}{2}V_0$ şi temperatura în starea C

$$T_{\max} = \frac{9p_0V_0}{4\nu R}$$
$$p_C = \frac{3}{2}p_0$$

1punct

....

b) Temperatura minimă

$$T_{\min} = T_A = T_B = \frac{2p_0V_0}{\nu R}$$

1punct

....

Randamentul ciclului este:

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \Longrightarrow$$
$$\eta = \frac{1}{9} = 11.11\%$$

1punct

....

c) Considerăm un punct oarecare D pe dreapta AB şi calculăm cantitatea de căldură

$$Q_{AD} = \Delta U_{AD} + L_{AD} = \nu C_V\left(T_D - T_A\right) + L_{AD}$$

Lucrul mecanic este dat de formula:

$$L_{AD} = \int_A^D p dV = \int_A^D \left(aV + b\right)dV = -\frac{p_0}{2V_0}V^2 + 3p_0V - \frac{5}{2}p_0V_0$$

1punct

....

Variaţia energiei interne este:

$$\Delta U_{AD} = \nu\frac{3}{2}R\left(T_D - T_A\right) = \frac{3}{2}\left[\left(aV + b\right)V - 2p_0V_0\right] =$$
$$= -\frac{3p_0}{2V_0}V^2 + \frac{9}{2}p_0V - 3p_0V_0$$

1punct
....

Vom avea:

$$Q_{AD} = -2\frac{p_0}{V_0}V^2 + \frac{15}{2}p_0V - \frac{11}{2}p_0V_0$$

Cantitatea de căldură are un maxim atunci când $\frac{dQ}{dV} = 0$, deci în $V_{\max} = \frac{15}{8}V_0$ (figura de mai jos).

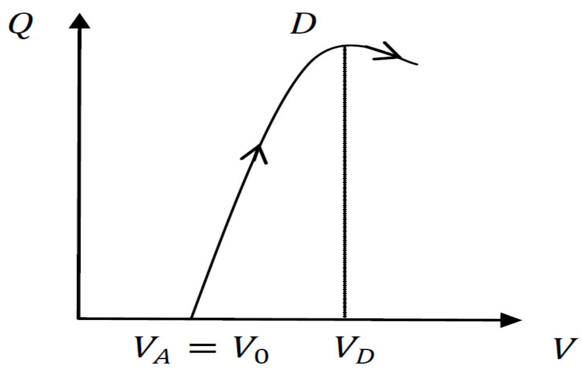


Figura 2. Fizica moleculara si caldura.

Astfel

$$Q_{\max} = \frac{49}{32}p_0V_0 = Q_{AD}$$

Deci, cantitatea de căldură primită de gaz într-un ciclu este:

$$Q_{primit} = Q_{AD} = \frac{49}{32}p_0V_0$$

iar căldura cedată

$$|Q_{cedat}| = Q_{DB} + Q_{BA}$$

1punct
....

Dar $Q_{DB} = Q_{AB} - Q_{AD}$, adica

$$Q_{AB} = L_{AB}$$

(care este de fapt aria trapezului ABV_BV_AA)

$$Q_{AB} = \frac{3}{2}p_0V_0$$

$$Q_{DB} = \frac{3}{2}p_0V_0 - \frac{49}{32}p_0V_0$$
$$|Q_{DB}| = \frac{1}{32}p_0V_0$$

şi

$$|Q_{cedat}| = |Q_{DB}| + \nu RT_A \ln 2$$
$$|Q_{cedat}| = \frac{1}{32}p_0V_0 + 2p_0V_0 \ln 2$$

Randamentul motorului termic este:

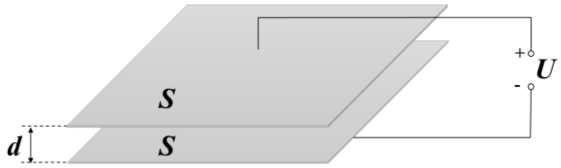
$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = \frac{48 - 64\ln 2}{49} \simeq 7.43\%$$

1punct
....

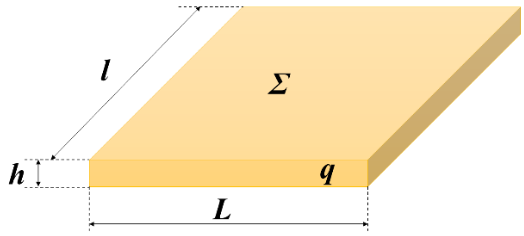
Problema Electricitate. Concurs Hurmuzescu. 2021

Calculați presiunea electrostatică (raportul dintre forța electrică care acționează asupra unui element de suprafață și aria elementului de suprafață) în următoarele cazuri:

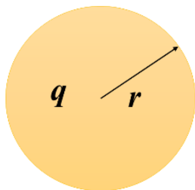
a) Asupra unei armături a unui condensator cu aer supus unei diferențe de potențial. Se cunosc: S – aria armăturilor, d – distanța dintre armături, U – tensiunea electrică. (Distanța d este mult mai mică decât dimensiunile armăturilor.) 2p



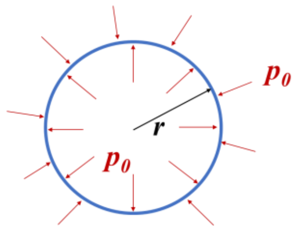
b) Pe suprafața Σ (suprafața superioară din figura alăturată) a unei plăci conductoare (paralelipiped foarte subțire) încărcată electric. Se cunosc: L, l și h – dimensiunile plăcii, q – sarcina electrică a plăcii. (Grosimea h a plăcii este mult mai mică decât celelalte dimensiuni.) 2p



c) Pe suprafața unei sfere conductoare încărcată electric. Se cunosc: q – sarcina sferei, r- raza sferei. 3p

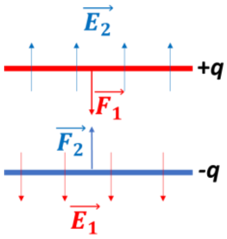


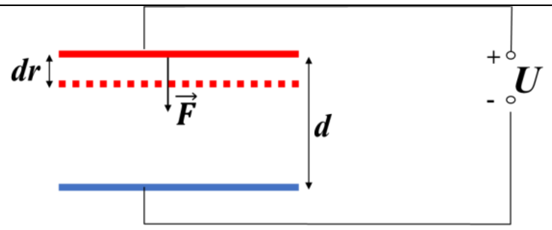
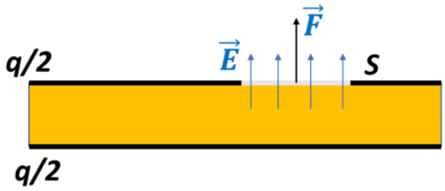
d) Asupra membranei unui balon umplut cu aer la presiunea atmosferică și electrizat cu sarcina q. Se cunosc: q=1.67 μC – sarcina electrică cu care este electrizat balonul, r=10 cm -raza inițială a balonului, înainte de electrizare. (Se neglijează forțele/tensiunile elastice care apar în membrana balonului.) 2p

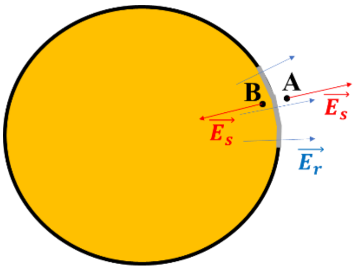


Problemă propusă de

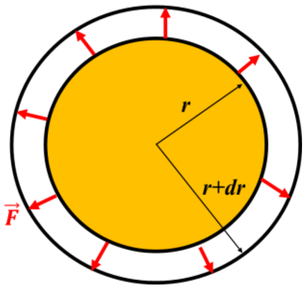
Lect. Univ. Dr. Leontin Pădurariu, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

Barem		
Item	Rezolvare	Punctaj
a)	**Metoda 1:** determinarea forțelor de interacțiune dintre electrozi	
	• Capacitatea condensatorului: $$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$	0.2p
	• Sarcina electrică de pe armături: $$q = CU = \frac{\varepsilon_0 SU}{d}$$	0.3p
	• Densitatea de sarcină de pe armături: $$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{\varepsilon_0 U}{d}$$	0.3p
	• Reprezentare câmpuri și forțe 	0.3p
	• Intensitatea câmpului electric creat de o armătură în poziția celeilalte armături: $$E = \lvert E_1 \rvert = \lvert E_2 \rvert = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{U}{2d}$$	0.3p
	• Forța electrică care acționează asupra unei armături: $$F = \lvert F_1 \rvert = \lvert F_2 \rvert = qE = \frac{\varepsilon_0 SU}{d} \cdot \frac{U}{2d} = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d^2}$$	0.3p
	• Presiunea electrostatică: $$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon_0 U^2}{2d^2}$$	0.3p
		Total a): 2p
	Metoda 2: metoda energetică	
	• <u>Reprezentare desen:</u> Se consideră că electrodul inferioar este fixată, iar electrodul superioar se deplasează în jos pe distanța foarte mică *dr* sub acțiunea forței de atracție electrostatică *F* (considerată constantă constantă pe tot parcursul mișcării)	0.4p

	 • Lucrul mecanic al forței F: $$L = Fdr$$ • Capacitatea condensatorului în starea inițială: $$C_i = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$ • Energia condensatorului în starea inițială $$W_i = \frac{C_i U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d}$$ • Capacitatea condensatorului în starea finală: $$C_f = \frac{\varepsilon_0 S}{d - dr}$$ • Energia condensatorului în starea finală: $$W_f = \frac{C_f U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2(d - dr)}$$ • Variația energiei (aproximare prin dezvoltare in serie Taylor): $$\Delta W = W_f - W_i = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2}\left(\frac{1}{d - dr} - \frac{1}{d}\right) \approx \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d^2} dr - \frac{1}{d}\right)$$ • Calculul forței *F* din lucru mecanic și variația energiei: $$L = \Delta W = Fdr = \frac{\varepsilon_0 S U^2 dr}{2d^2}$$ $$F = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d^2}$$ • Presiunea electrostatică: $$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon_0 U^2}{2d^2}$$	0.2p 0.2p 0.2p 0.2p 0.2p 0.2p 0.2p 0.2p **Total a) – 2p**
b)	• Reprezentare desen: Pentru ca intensitatea câmpului electric în interiorul plăcii să fie nulă, sarcina totală este repartizată astfel: jumătatea pe suprafața inferioară și jumătate pe suprafața superioară a plăcii. Din suprafața superioară se delimitează un element de arie S (cu dimensiuni mult mai mari decât grosimea plăcii) și se determină pe rând câmpul in care se află acest element, forța electrică și presiunea electrostatică.  • Densitatea de sarcină pe cele două suprafețe: $$\sigma = \frac{q}{2Ll}$$ • Intensitatea câmpului electric în poziția elementului de arie *S* (se datorează doar distribuției de pe suprafața inferioară) $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{4\varepsilon_0 Ll}$$	0.4p 0.4p 0.4 p

	• Forța electrică care acționează asupra elementului de arie *S*: $$F = q_S E = \sigma S E = \frac{q^2}{8\varepsilon_0 L^2 l^2} S$$ • Presiunea electrostatică: $$p = \frac{F}{S} = \frac{q^2}{8\varepsilon_0 L^2 l^2}$$	0.4p 0.4p **Total b) – 2p**
c)	**Metoda 1:** Prin determinarea câmpului electric și a forței ce acționează asupra unui element mic de arie *S*. • Reprezentare desen; E_s este câmpul electric creat de sarcinile de pe suprafața *S* în vecinătatea sa, iar E_r este câmpul datorat restului sarcinilor din sistem.  • Câmpul electric în punctul A (foarte aproape de sferă și de elementul de arie *S*): $$E_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = E_r + E_s$$ • Câmpul electric în punctul B (în interiorul sferei și foarte aproape de elementul de arie *S*): $$E_B = 0 = E_r - E_s$$ • Din cele două ecuații se poate determina câmpul E_r care acționează asupra elementului de arie *S* și care se datorează celorlalte sarcini din sistem: $$E_r = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 r^2}$$ • Densitatea superficială de sarcină: $$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$$ • Forța electrică: $$F = q_s E_r = \sigma S E_r = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} S$$ • Presiunea electrostatică: $$p = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$ **Metoda 2:** Se calculează forța care acționează asupra unui element mic de arie *S* din lucru mecanic al forțelor electrostatice la destinderea sferei pe distanța *dr*. • Reprezentare desen: Se împarte suprafața sferei în *N* elemente mici de arie *S*. Asupra fiecărui element va acționa forța *F*.	0.6p 0.4p 0.4p 0.3p 0.3p 0.5p 0.5p **Total c) – 3p** 0.5p

<table>
<tr>
<td></td>
<td>



- Lucrul mecanic al celor *N* forțe:

$$L = NFdr = \frac{4\pi r^2}{S} Fdr = 4\pi r^2 pdr$$

- Energie inițială:

$$W_i = \frac{qV_{sferă}}{2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

- Energie finală:

$$W_f = \frac{qV_{sferă}}{2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 (r+dr)}$$

- Variația energiei (aproximare prin dezvoltare în serie Taylor):

$$\Delta W = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+dr}\right) \approx \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2}dr\right)$$

- Presiunea electrostatică (din egalarea lucrului mecanic cu variația de energie):

$$p = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o r^4}$$

</td>
<td>0.5p
0.5p
0.5p
0.5p
0.5p
Total c) – 3p</td>
</tr>
<tr>
<td>d)</td>
<td>

Aerul din interiorul balonul prezintă o transformare izotermă. În starea inițială aerul are presiunea p_0, iar balonul (neelectrizat) are raza r. În starea finală (după electrizare) aerul din interiorul balonului are presiune $p_0 - p$, unde p este presiunea electrostatică și raza R.

- Presiunea electrostatică:

$$p = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o R^4}$$

- Legea transformării izoterme:

$$p_o \frac{4\pi r^3}{3} = \left(p_0 - \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o R^4}\right)\frac{4\pi R^3}{3}$$

- Calcule:

$$p_o r^3 = p_o R^3 - \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o R}$$

$$p_0(R^3 - r^3) = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o R}$$

$$R^4 - r^3 R = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o p_0}$$

- Rezolvare numerică a ultimei ecuații prin metoda aproximațiilor succesive pornind de la valoarea $R_0 = r = 10$ cm și utilizând următoarea ecuație iterativă:

$$R_k = \left(\frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o p_0} + r^3 R_{k-1}\right)^{0.25}$$

Pas 1: $R_1 = (10^{-8} + 10^{-8})^{0.25} = 2^{0.25} \cdot 10^{-2} = 1.19$ cm
Pas 2: $R_2 = (10^{-8} + 1.19 \cdot 10^{-8})^{0.25} = 2.19^{0.25} \cdot 10^{-2} = 1.22$ cm

</td>
<td>0.5p
0.5p
0.5p
0.4p</td>
</tr>
</table>

	Pas 3: $R_2 = (10^{-8} + 1.22 \cdot 10^{-8})^{0.25} = 2.22^{0.25} \cdot 10^{-2} = 1.22\ \mathrm{cm}$ • Folosind valoarea aproximată $R \approx 1.22\ \mathrm{cm}$ se calculează presiunea electrostatică: $$p = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_o R^4} \approx 45000\ \mathrm{N/m}$$	0.1p **Total d) – 2p**

Concursul Dragomir Hurmuzescu Craiova 2021 (ONLINE).

Subiect OPTICĂ

Ochiul uman poate fi modelat de o lentilă convergentă cu distanța focală variabilă, care este așezată la o distanță de 1,5 cm față de un ecran (retină). În acest model al ochiului ideal (emetrop) imaginea clară a obiectului se formează pe retină, dacă obiectul este plasat la o distanță mai mare de 10 cm față de lentilă (punctul proximum este la 10 cm de ochi, iar punctul remotum este la infinit).

a) În modelul prezentat mai sus în ce interval variază distanța focală?
b) În acest model miopia poate fi simulată prin mărirea distanței între lentilă și ecran. (Intervalul pentru distanța focală determinată în punctul a) este neschimbat.) Dacă distanța între lentilă și ecran este modificată la 2 cm, determinați poziția punctelor proximum și remotum.
c) Miopia indusă în punctul b) poate fi corectată folosind o lentilă subțire, pe care o să așezăm în fața lentilei convergente, la o distanța de 2 cm. Determinați dioptria lentilei folosite.
d) Un obiect luminos este așezată în fața ochiului emetrop și a celui miop corectat conform punctului c), la o distanța de 25 cm față de lentila convergentă. Comparați imaginea formată de ochiul emetrop cu imaginea formată de ochiul miop corectat.

Subiect propus de Lect. dr. Sandor Borbely,

Facultatea de Fizică, Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca

Concursul Dragomir Hurmuzescu Craiova 2021 (ONLINE). OPTICĂ

Subiect propus de Lect. dr. Sandor Borbely,

Facultatea de Fizică, Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca

a) **2puncte**

Punctul proximum:

$$p_2 = 1{,}5\ cm;\ p_1 = -10\ cm; f_{min} = \frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2} = \frac{15}{11{,}5} cm \cong 1.3\ cm$$

Punctul remotum:

$$p_2 = 1{,}5\ cm;\ p_1 = -\infty\ cm; f_{max} = p_2 = 1.5\ cm$$

b) **2puncte**

$$p_2 = 2\ cm$$

Punctul proximum:

$$p_1 = \frac{p_2 f_{min}}{f_{min} - p_2} = \frac{30}{-8} cm = -3.75\ cm$$

Punctul remotum

$$p_1 = \frac{p_2 f_{max}}{f_{max} - p_2} = \frac{3}{-0{,}5} cm = -6\ cm$$

c) **2,5puncte**

Imaginea unui punct de la infinit trebuie format de lentila corectoare în punctul remotum calculat la punctul b)

$$\mathrm{p}_1 = -\infty; p_2 = -4\ cm\ ;\ f_{corr} = -4\ cm = -0{,}04\ m;\ C_{corr} = \frac{1}{f_{corr}} = -25$$

d) **2,5puncte**

Cazul ochiului emetrop:

$$p_1 = -25\ cm;\ p_2 = 1{,}5\ cm;\ \gamma = \frac{y_2}{y_1} = \frac{p_2}{p_1} = -\frac{1{,}5}{25};\ y_2^{em} = -\frac{1{,}5}{25} y_1$$

Cazul ochiului miop corectat:

Pentru imaginea obiectului creată de lentila divergentă

$$p_1' = -23\ cm;\ f_{corr} = -4\ cm;\ p_2' = \frac{p_1' f_{corr}}{p_1' + f_{corr}} = -\frac{92}{27}\ cm$$

Pentru imaginea finală

$$p_1'' = p_2' - 2\ cm = -\frac{146}{27} cm;\ p_2'' = 2\ cm$$

$$\gamma = \gamma' \gamma'' = \frac{p_2'}{p_1'} \frac{p_2''}{p_1''} = -\frac{184}{3335};\ y_2^{miop} = -\frac{184}{3335} y_1$$

$$\frac{y_2^{miop}}{y_2^{em}} \cong 0.92$$