

UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" din IAŞI



FACULTATEA DE FIZICĂ

REZUMATUL LUCRĂRII DE DOCTORAT

Modelarea comutării magnetice pe o scală largă de timp folosind diferiți factori externi

Student Doctorand

Gheorghe AMANOLOAEI

Coordonator științific

Prof. univ. Dr. habil. Laurențiu STOLERIU

IAȘI, 2022

Mulțumiri

Vreau să-i mulțumesc domnului Profesor Laurențiu Stoleriu pentru ajutorul ofeit în toți acești ani, fără de care nu aș fi reușit să dezvolt pasiunea pentru modelarea micromagnetică și tot ceea ce cuprinde fizica de rang înalt cu toate frumusețea și dificultățile ei. Încă din timpul anilor de masterat, dumnealui ma îndrumat și mi-a oferit o viziune profundă asupra complexității mediului de cercetare academică. Sprijinul domnului Profesor Stoleriu în realizarea acestei teze de doctorat reprezintă o valoare imensă de care sper să am parte în toate demersurile mele științifice de acum înainte.

Dedic aceste cuvinte colectivului Lagoratorului de Electricitate și Magnetism de la Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iași, în special domnului Profesor Alexandru Stancu care m-a ajutat mult cu sfaturile sale în descoperirea direcțiilor de abordare a problemelor științifice ce s-au ivit pe parcursul acestor ani; și domnului Profesor Cristian Enăchescu ce m-a sprijinit financiar prin includerea mea în cadrul proiectului său de cercetare. Dumnealor sunt oameni de încredere și cu ajutorul cărora se pot realiza lucruri mărețe în domeniul de cercetare academică.

Îi mulțumesc mult și doamnei Profesor Marina-Aura Dariescu de la colectivul de Fizică Teoretică care mi-a dăruit încrederea ei și șansa participării la proiecte de cercetare științifică, din care au rezultat și publicații științifice.

Cuprins

Cuprins

Introducere	1
Concepte de bază ale micromagnetismului	4
Substanțele feromagnetice	4
Modelul Stoner-Wohlfarth clasic	5
Curba majoră de histerezis	11
Ecuația Landau-Lifshitz-Gilbert	12
Concluzii	17
Modelul Stoner-Wohlfarth dinamic	19
Ecuația LLG reformulată	19
Relațiile DSWM	
Interpolarea timpului de echilibru	
Interpolarea variației unghiulare	
Concluzii	39
Aplicații ale modelului SW dinamic	41
Rolul pasului de timp	41
Lanțuri de particule în câmp variabil	
Demagnetizarea asiatată de câmp și temperatură	52
Concluzii	57
Concluzii generale	59

Cuprins

Bibliografie	61
Articole publicate	63
Prezentări la conferințe internaționale	64

Introducere

Introducere

Studiul dinamicii momentului magnetic este probabil cel mai important aspect al modelării micromagnetice. Numeroase aplicații științifice și tehnologice ce utilizează modelarea micromagnetică necesită o bună cunoaștere a efectelor factorilor externi ce acționează asupra momentelor magnetice constituente ale unui material cu proprietăți feromagnetice. Aceste cunoștințe pot fi dobândite numai prin folosirea de modele micromagnetice pentru controlul proprietăților unui material ce urmează a fi folosit în viitoare studii și aplicații.

În tehnologia electronică și computațională, materialele magnetice joacă un rol extrem de important. Una dintre aceste tehnologii este spintronica – un domeniu nou de studiu cu aplicații tehnologice în care curentul de electroni cu spini polarizați joacă rol în transmiterea informației. Această tehnologie este folosită în dezvoltarea de capete de citire magnetice [1], senzori [2], tranzistori cu efect de câmp [3] și memorii magnetice [4]. Pentru a controla și a obține efectele dorite cu scop tehnologic de la aceste materiale magnetice este necesară cunoașterea dinamicii momentului magnetic iar acest lucru este obținut cu ajutorul modelelor teoretice ce caracterizează această mărime fizică.

Cel mai utilizat mecanism de modelare magnetică este bazat pe ecuația dezvoltată de Landau și Lifshitz [5] și mai târziu modificată de Gilbert [6], rezultând astfel ecuația Landau-

1

Introducere

Lifshitz-Gilbert (LLG) care descrie răspunsul momentului magnetic la diferiți factori externi, cum ar fi câmpurile magnetice aplicate, temperatura sau curenții de spini polarizați. Influența temperaturii asupra magnetizației în cadrul unei ecuații de tip LLG a fost introdusă de Bloch [7], rezultând într-o nouă ecuație Landau-Lifshitz-Bloch ale cărei fundamente și aplicații au fost studiate de Atxitia et al. [8]; iar efectul curenților de spini polarizați a fost introdus de Slonczewski [9].

Un alt model bine cunoscut al micromagnetismului este modelul Stoner-Wohlfarth (SW) [10]. Spre deosebire de ecuația LLG, care oferă o imagine asupra întregii dinamici a momentului magnetic determinând poziția acestuia la fiecare moment de timp în drumul său spre starea de echilibru, modelul SW ne prezintă numai informații din punct de vedere al echilibrului și stabilității poziției sale finale, folosind minimizarea energiei magnetice libere a lui **M**.

Pentru a aduce o nouă perspectivă asupra dinamicii momentelor magnetice și a îmbogăți setul de cunoștințe al acestui domeniu vast și cu numeroase aplicații tehnologice am dezvoltat un mecanism nou de descriere a variației în timp a magnetizației unei particule feromagnetice, utilizând modelul SW clasic și cel al ecuației LLG. Acest nou model, denumit "Dynamic Stoner-Wohlfarth Model" sau DSWM, se bazează pe un set de interpolări numerice cu scopul de a reconstitui variațiile în timp ale lui **M**, în diferite condiții, obținând astfel un sistem de ecuații ce descrie variația unghiulară în timp a acestuia. În cadrul acestui sistem de ecuații, un rol important îl joacă starea de echilibru a particulei magnetice, care este determinată de modelul SW.

Introducere

 $\hat{I}n \ prima \ parte$ a acestei lucrări vor fi prezentate aspectele teoretice și numerice ce stau la baza ecuației LLG și a modelului SW precum și o scurtă introducere ce include informații despre materiale feromagnetice și felul în care acestea se comportă sub acțiunea câmpurilor magnetice externe.

A doua parte a lucrării va descrie ecuația LLG din punct de vedere al dinamicii magnetizației pe două scale de timp diferite: una specifică mișcării de precesie a lui \mathbf{M} și cealaltă de tip disipativ, în care are loc relaxarea magnetică a particulei prin reducerea energiei totale spre valoarea sa minimă. Această reformulare, împreuna cu schimbarea sistemului de coordonate, conduc la obținerea relațiilor DSWM de variație a lui \mathbf{M} . În aceste relații există mărimi ce vor fi interpolate folosind diverse funcții continue avînd ca parametrii de intrare poziția inițială și de echilibru a magnetizației, precum și modulul câmpului extern.

Odată prezentat modelul DSWM împreună cu părțile sale componente și diferitele sale grade de complexitate, în cea de *a treia parte*, se va ilustra felul în care rezultatele simulărilor numerice obținute cu acest model se raportează, atât calitativ cât și cantitativ, la cele ale ecuației LLG. Odată validat, modelul va fi util mai ales în cazurile în care LLG necesită resurse computaționale mari, respectiv la simulări pe scale mari de timp sau pe sisteme cu foarte mulți macrospini.

Substanțele feromagnetice

Substanțele cu proprietăți magnetice se împart în trei mari clase: diamagnetice, paramagnetice și feromagnetice. Pentru studiul actual, cea mai interesantă clasă de substanțe sunt cele de tip feromagnetic. Acestea prezintă momente \mathbf{m}_0 permanente la nivelul atomilor constituenți iar magnetizația produsă de câmpul extern are variație neliniară și ireversibilă odată cu variația câmpului magnetic extern. Într-o substanță feromagnetică este valabilă relația dintre inducție \mathbf{B} , câmpul intern total \mathbf{H} și magnetizație \mathbf{M} :

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M} \right), \tag{1}$$

unde $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, μ fiind permeabilitatea magnetică a materialului. Din relația de mai sus rezultă că:

$$\mathbf{M} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) \mathbf{H} = \left(\mu_r - 1\right) \mathbf{H} = \chi_{fero} \mathbf{H}, \qquad (2)$$

 μ_r numindu-se permeabilitate relativă și este o mărime adimensională specifică substanței. Susceptibilitatea feromagnetică χ_{fero} , spre deosebire de cazurile diamagnetismului și paramagnetismului, este o mărime dependentă de temperatură, de câmpul extern aplicat dar și de "istoricul magnetic" al substanței. Cu alte cuvinte, orice proces anterior de modificare a stării de magnetizare a unei substanțe feromagnetice cum ar fi:

variațiile de câmp extern, temperatura sau tensiunile mecanice, contribuie la stabilirea unei noi stări. Această mărime este pozitivă și este de ordinul 10^6 , mult peste valorile specifice materialelor paramagnetice. Teoria câmpului molecular a lui Weiss a stabilit că valoarea crescută a lui χ_{fero} este datorată unui câmp local de natură magnetostatică, însă mai apoi s-a demonstrat că interacțiunile din interiorul unui feromagnet ce conduc la apariția unei magnetizații puternice este de natură cuantică și se realizează printr-un schimb de energie între vecinii cei mai apropiați.

Modelul Stoner-Wohlfarth clasic

O particulă feromagnetică este alcătuită dintr-un ansamblu de momente magnetice \mathbf{m}^i ce prezintă interacțiune de schimb. Dacă momentele atomice constituente sunt permanent paralele între ele, particula devine un monodomeniu magnetic și poate fi aproximată print-un moment magnetic compus numit macrospin, \mathbf{m}_0 .

$$\mathbf{m}_0 = \sum_{i=1}^N \mathbf{m}^i,\tag{3}$$

unde N este numărul total de momente magnetice din monodomeniu.

Dacă aplicăm un câmp magnetic asupra monodomeniului, \mathbf{H}_0 , se constată că toate momentele magnetice componente se orientează simultan și pe aceleași direcții pentru a urmări acțiunea

câmpului. Acest fenomen se numește rotație coerentă și este echivalent cu rotația unui singur macrospin ce poate fi analizat cu ajutorul modelului Stoner-Wohlfarth.

Să presupunem că avem un astfel de monodomeniu magnetic ce prezintă anizotropie magnetică uniaxială. Vom folosi coordonatele sferice pentru a reprezenta vectorii..Pentru particula feromagnetică studiată se va considera axa de ușoară magnetizare coliniară cu axa OZ a unui sistem de coordonate cartezian cu originea în centrul particulei. Aceasta are vectorul magnetizație \mathbf{M} și este supusă la acțiunea unui câmp magnetic \mathbf{H}_0 ce face unghiul θ_H cu axa de ușoară magnetizare. În Figura 1 avem imaginea unei astfel de particule privită din planul (*XOZ*) al sistemului de coordonate cartezian.



Figura 1: Reprezentarea vectorilor magnetizație și câmp extern, împreună cu unghiurile acestora față de axa de ușoară magnetizare pentru o particulă Stoner-Wohlfarth.

Energia totală a macrospinului E, este determinată de energia de anizotropie $E_A = -KV \cdot \cos^2(\theta)$ și energia Zeeman a inducției câmpului extern $E_Z = -\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{B}_0$,

$$E = -K\cos^{2}(\theta) - \mathbf{m}_{0} \cdot \mathbf{B}_{0}.$$
 (4)

Folosind expresiile lui \mathbf{m}_0 , \mathbf{B}_0 , \mathbf{M} dar și faptul că în coordonate sferice avem $\mathbf{m}_0(m_0, \theta, \varphi)$ și $\mathbf{B}_0(B_0, \theta_H, \varphi_H)$, rescriem ecuația (4) astfel:

$$e = -\cos^{2}(\theta) - 2h \left[\sin(\theta) \cos(\varphi) \sin(\theta_{H}) \cos(\varphi_{H}) + \sin(\theta) \sin(\varphi) \sin(\theta_{H}) \sin(\varphi_{H}) + \cos(\theta) \cos(\theta_{H}) \right].$$
(5)

Termenul *e* reprezintă energia totală normată la cea de anizotropie, e = E / KV, iar $h = H_0 / H_K$ este câmpul extern normat, $H_K = 2K / \mu_0 M_S$ fiind modulul câmpului de anizotropie.

Derivându-l pe e după φ și egalând cu zero, obținem:

$$\frac{\partial e}{\partial \varphi} = -\cos^{2}(\theta) - \frac{\partial e}{\partial \varphi} = -\cos^{2}(\theta) - \frac{\partial e}{\partial \varphi} = -\cos^{2}(\theta) - \frac{\partial e}{\partial \varphi} = -2h \left[-\sin(\theta)\sin(\theta)\sin(\theta_{H})\cos(\theta_{H}) + \sin(\theta)\cos(\theta_{H}) \right] = 0.$$
(6)

Din (6) reiese că valorile de extrem ale energiei totale în funcție de componenta φ a lui \mathbf{m}_0 se obțin când $\sin(\varphi - \varphi_H) = 0$ sau $\varphi = \varphi_H \pm k\pi, k = 0, 1, 2, \dots$ Valoarea de minim a lui *e* rezultă când *k* are valori pare. Cu alte cuvinte, poziția de echilibru a lui \mathbf{m}_0 se obține când avem $\varphi = \varphi_H$, macrospinul găsindu-se în planul determinat de direcțiile câmpului magnetic extern și a axei de ușoară magnetizare.

Egalând pe φ cu φ_H în ecuația (5), obținem o expresie mai compactă pentru energia particulei SW

$$e = -\cos^{2}(\theta) - 2h\cos(\theta - \theta_{H}).$$
⁽⁷⁾

Cu această expresie a energiei normate se pot determina pozițiile de echilibru precum și caracteristica lor de stabilitate.

Starea finală a lui **M** este obținută rezolvând următorul sistem de ecuații care determină echilibrul și stabilitatea energiei totale în raport cu variabila θ , folosind derivatele de ordin I și II ale expresiei (7):

$$\begin{cases} \left(\frac{de}{d\theta}\right)_{\theta=\theta_{eq}} \equiv \left[\sin\left(\theta\right)\cos\left(\theta\right) - h\sin\left(\theta_{H} - \theta\right)\right]_{\theta=\theta_{eq}} = 0, \\ \left(\frac{d^{2}e}{d\theta^{2}}\right)_{\theta=\theta_{eq}} \equiv \left[\cos\left(2\theta\right) + h\cos\left(\theta_{H} - \theta\right)\right]_{\theta=\theta_{eq}} > 0, \end{cases}$$

$$\tag{8}$$

unde s-a notat cu θ_{ea} poziția de echilibru a lui **M**.

Folosind relațiile $h_x = h \sin(\theta_H)$ și $h_z = h \cos(\theta_H)$ și înlocuind semnul ">" cu "=" în cea de-a doua ecuație din (8), obținem:

$$\begin{cases} h_{X}\cos(\theta) - h_{Z}\sin(\theta) = \frac{\sin(2\theta)}{2}, \\ h_{X}\sin(\theta) + h_{Z}\cos(\theta) = -\cos(2\theta). \end{cases}$$
(9)

Înmulțind prima ecuație din (9) cu $\cos(\theta)$ și pe a doua cu $\sin(\theta)$ se obține h_x , după adunarea acestora. Aceeași procedură este folosită și pentru a-l afla pe h_z :

$$\begin{cases} h_{X} = \sin(\theta) \left[\cos^{2}(\theta) - \cos(2\theta) \right], \\ h_{Z} = -\cos(\theta) \left[\sin^{2}(\theta) + \cos(2\theta) \right]. \end{cases}$$
(10)

După descompunerea lui $\cos(2\theta)$ în (10) obținem $h_x = \sin^3(\theta)$ și $h_z = -\cos^3(\theta)$ și după eliminarea lui θ găsim ecuația $h_x^{2/3} + h_z^{2/3} = 1$. Aceasta este ecuația unei astroide în planul (h_x, h_z) ce constituie curba critică ce separă două regiuni distincte din punct de vedere al numărului de poziții de echilibru și al stabilității acestora, Figura 2.



Figura 2: Graficul curbei critice de ecuație parametrica $h_X^{2/3} + h_Z^{2/3} = 1$.

Din ecuația curbei critice rezultă valorile câmpului critic h_c în funcție de θ_H pentru care magnetizația are o singură stare de echilibru sau două astfel de poziții. Introducând în expresia analitică a curbei critice pe h_x și h_z din (10), obținem

$$h_{C} = \frac{1}{\left[\sin^{2/3}(\theta_{H}) + \cos^{2/3}(\theta_{H})\right]^{3/2}}.$$
 (11)

Acest câmp se mai numește și câmp coercitiv. Un câmp extern de valoare normată mai mică decât acest câmp coercitiv determină

existența celor două stări de echilibru stabil ale vectorului \mathbf{M} , pe când un câmp mai intens conferă magnetizației numai o singură stare de echilibru.

Curba majoră de histerezis

Fenomenul de histerezis este specific materialelor cu proprietăți feromagnetice și reprezintă efectul ireversibil suferit de magnetizația probei M la acțiunea unui câmp extern reversibil \mathbf{H}_0 . Pentru a determina felul în care \mathbf{M} variază cu \mathbf{H}_0 se trasează curba de histerezis $M(H_0)$ în care M reprezintă proiecția magnetizației pe direcția câmpului extern. În cel mai simplu caz H_0 este variat între două valori simetrice $\pm H_m$, înregistrând proiecția lui **M** pe parcursul variației descendente $+H_m \rightarrow -H_m$ și ascendente $-H_m \rightarrow +H_m$ a câmpului extern. Dacă H_m este suficient de intens astfel încât proba feromagnetică să fie inițial în starea de saturație $M(H_m) = M_s$, curba de histerezis astfel obținută se numește "majoră", Figura 3. Din această curbă majoră de histerezis, sau "MHL", se pot determina două mărimi importante ce caracterizează sistemul magnetic investigat: magnetizația remanentă M_r și câmpul coercitiv H_c . Magnetizația remanentă reprezintă valoarea lui M ce persistă în sistem după ce câmpul aplicat este adus la zero $H_0 \rightarrow 0$ iar câmpul coercitiv este valoarea lui H_0 pentru care sistemul se află în starea de magnetizare nula $M(H_c) = 0$. Aceste două mărimi caracterizează atât distribuția valorilor parametrilor intrinseci ale

mediilor particulate din proba feromagnetică, K și M_s , cât și intensitatea interacțiunilor dipolare dintre macrospini.



Figura 3: Curba majoră de histerezis pentru un sistem de particule feromagnetice.

Ecuația Landau-Lifshitz-Gilbert

În interiorul unui material magnetic apar câmpuri magnetic provenite de la diverse surse. Suma acestor câmpuri ce acționează asupra unui macrospin \mathbf{M} al materialului constituie câmpul efectiv \mathbf{H}_{ef} .

$$\mathbf{H}_{ef} = \mathbf{H}_{0} + \mathbf{H}_{dip} + \mathbf{H}_{K} + \mathbf{H}_{sc},$$

$$\mathbf{H}_{K} = \frac{2K}{M_{S}^{2}} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{u}_{EA}) \mathbf{u}_{EA},$$

$$\mathbf{H}_{sc} = \frac{2J_{sc}}{M_{S}^{2}} \Delta \mathbf{M}.$$
 (12)

în care \mathbf{H}_{dip} este câmpul magnetostatic provenit de la fiecare macrospin din proba magnetică, \mathbf{H}_{K} este câmpul datorat energiei de anizotropie, \mathbf{H}_{sc} este cauzat de interacțiunea de schimb dintre momentele magnetice învecinate și \mathbf{H}_{0} este câmpul extern.

Când avem stabilit echilibrul dintre **M** și câmpul efectiv \mathbf{H}_{ef} sunt valabile următoarele relații:

$$\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial n} = 0.$$
(13)

Prima formulă reprezintă ecuația lui Brown și exprimă ideea că, la echilibru, momentul forței creat de câmpul efectiv asupra magnetizației este nul. Cea de-a doua ecuație este o condiție la limită ce implică absența unei componente a magnetizației care să fie tangențială pe suprafața domeniului particulei.

Când $\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} \neq 0$ momentul forței de tip magnetic induce o dinamică precesională a magnetizației \mathbf{M} în jurul câmpului efectiv \mathbf{H}_{ef} . Această dinamică este descrisă de ecuația propusă de Landau și Lifshitz

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}, \qquad (14)$$

unde γ este factorul giromagnetic al spinului electronului $\gamma = 2.2 \times 10^5$ m/A·s. Această ecuație prezintă constrângerea $\mathbf{M} \cdot d\mathbf{M} / dt = 0$ ceea ce semnifică o conservare a modulului magnetizației iar din ecuația (14) reiese că variația magnetizației are loc perpendicular pe planul descris de vectorii \mathbf{M} și \mathbf{H}_{ef} .

Pe lângă precesia lui **M** în jurul câmpului efectiv, acesta mai prezintă o dinamică de tip disipativ. O explicație a acestei dinamici ar fi interacțiunea dintre magnetizație și vibrațiile rețelei cristaline a materialului magnetic sub forma agitației termice. Acest fenomen de relaxare are ca rezultat alinierea vectorului magnetizației pe direcția câmpului efectiv. Forma originală a ecuației Landau-Lifshitz ce introduce o componentă ce descrie relaxarea spre echilibru este:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} - \gamma \alpha M_{s} \left(\mathbf{H}_{ef} - \mathbf{M} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{ef}}{M_{s}^{2}} \right),$$

unde α este un coeficient de relaxare. Paranteza din cel de-al doilea termen corespunde componentei câmpului efectiv perpendiculară pe magnetizație deoarece numai aceasta este responsabilă pentru relaxarea lui **M** spre echilibru, determinând scăderea cea mai rapidă a energiei acestuia, Figura 4. Această componentă poate fi scrisă sub forma $-\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}) / M_s^2$, rezultând

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} - \frac{\gamma \alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}\right).$$
(15)

Aceasta este cea mai des utilizată formă a ecuației Landau-Lifshitz ce descrie atât precesia cât și relaxarea magnetizației spre echilibru stabil. În Figura 4 avem o reprezentare a vectorilor ce compun variația în timp a lui **M** din ecuația Landau-Lifshitz (15) . Se observă cum cea de-a doua componentă aduce magnetizația spre câmpul efectiv, cele două ajungând să fie coliniare la echilibru.



Figura 4: Componentele ecuației Landau-Lifshitz reprezentate alături de vectorul ${\bf M}$.

O formă diferită a ecuației Landau-Lifshitz a fost propusă de Gilbert în care termenul de relaxare este interpretat ca fiind o forță de tip vâscoasă, proporțională cu viteza de variație a magnetizației $d\mathbf{M}/dt$ ce este responsabilă pentru disiparea

energetică și atingerea stării de echilibru. Această ecuație are forma

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_G \mathbf{M} \times \left(\mathbf{H}_{ef} - \frac{\alpha}{\gamma_G M_s} \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right).$$
(16)

 γ_G este diferit de γ din ecuația (14). Se observă cum componenta proporțională cu viteza de variație a lui **M** este extrasă din câmpul efectiv în același fel ca și în cazul ecuației Landau-Lifshitz unde componenta lui \mathbf{H}_{ef} perpendiculară pe **M** descrie dinamica de relaxare a magnetizației. Din acest motiv ecuațiile (15) și (16) sunt echivalente. Pentru a evidenția acest fapt, se aplică produsul vectorial $\mathbf{M} \times \mathbf{l}$ astânga fiecărui membru din (15) , și se utilizează proprietatea produsului vectorial $\mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef})] = -M_s^2 (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef})$ rezultând:

$$\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}\right) + \gamma \alpha M_{s} \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}\right).$$
(17)

Înlocuind (17) în (16), obținem

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_{G}\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} + \gamma \alpha^{2}\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} - \frac{\gamma \alpha}{M_{S}}\mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}).$$
(18)

Ecuațiile (18) și (15) sunt echivalente dacă se alege $\gamma_G = \gamma (1 + \alpha^2)$. Cu alte cuvinte, proprietatea termenului de tip vâscos propus de Gilbert, $\mathbf{M} \times d\mathbf{M} / dt$ este echivalată prin simpla

înlocuire a lui γ cu γ_G în termenul de precesie din (15), ecuația Landau-Lifshitz-Gilbert în forma explicită devenind

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_G \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef} - \frac{\gamma \alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{ef}\right).$$
(19)

Când coeficientul de relaxare α are valori mici, de ordinul $10^{-4} \dots 10^{-2}$, nu sunt prezente diferențe la nivel cantitativ între ecuațiile (19) și (15). Diferența majoră consta în felul cum sunt interpretate relaxările. În cazul ecuației Landau-Lifshitz aceasta se datorează agitației termice și este modelată prin componenta câmpului efectiv, perpendiculară pe magnetizație, iar în modelul propus de Gilbert relaxarea este definită printr-un termen asemănător forțelor de tip vâscoase.

Concluzii

Teoriile prezentate în acest capitol constituie baza fundamentală a acestei lucrări și sunt prezentate cu scopul de a introduce cititorul în contextul fenomenologic al micromagnetismului numeric. Modelul SW și ecuația LLG au fost prezentate punânduse accent pe informațiile pe care aceste două mecanisme le oferă in stabilirea unei imagini complete ce descrie variația în timp a magnetizației unei particule feromagnetice.

Modelul rotațiilor coerente nu prezintă o dependența de timp a magnetizației în drumul ei spre echilibru. Însă acesta este util în calculul acestei poziții de echilibru și a stabilității acesteia. Dacă poziția finală este stabilă, atunci **M** rămâne in acel punct în absența unui factor extern care să-i comunice energia necesară

deplasării sale în continuare. Pentru o poziție de echilibru instabil, **M** prezintă o variație în timp chiar și în absența factorilor externi, deoarece acesta este instantaneu deplasat din această poziție către un minim energetic sub influența agitației termice a monodomeniului magnetic la temperaturi $T \neq 0$ K.

În schimb, ecuația LLG ne oferă posibilitatea de a descrie dependența de timp a lui **M** în drumul său spre punctul stabil de echilibru, însă acest punct nu este determinat în mod direct, ci prin relaxarea în timp a magnetizației. Această relaxare este descrisă de disiparea energiei totale a lui **M** și este parametrizată prin intermediul constantei lui Gilbert α . Această constantă este subiectul a numeroase studii științifice [11-15] și este de mare importanță în descrierea materialelor magnetice.

În cadrul sistemului de ecuații LLG în coordonate sferice, variațiile în timp a mărimilor $\{\theta, \varphi\}$ au loc în mod dependent una față de cealaltă prin intermediul câmpurilor $h_{\theta}(\theta, \varphi)$ și $h_{\varphi}(\theta, \varphi)$ ce apar în ambele ecuații de mișcare. DSWM nu prezintă o astfel de co-dependență, fiecare variabilă putând fi calculată separat folosind considerente de simetrie, precum și funcții determinate în urma unor serii de interpolări.

Funcțiile de calcul au fost determinate prin interpolarea datelor obținute în urma rezolvării ecuației LLG de-al lungul unor serii de condiții inițiale și a unei plaje largi de valori a parametrilor de intrare. Aceste interpolări au fost realizate cu funcții asimptotice și polinomiale.

Ecuația LLG reformulată

Analiza ecuației LL de către Dimian et al.[16] a condus la ideea că aceasta este compusă din două părți. Pe de o parte componenta precesională care prezintă o dinamică rapidă și este conservativă din punct de vedere energetic, si pe de altă parte, componenta disipativă care se desfășoară pe o scală largă de timp și determină scăderea energiei totale

$$e = -\cos^{2}(\theta) - 2h\cos(\theta - \theta_{h}), \qquad (20)$$

unde θ este unghiul dintre vectorul magnetizație și direcția de anizotropie uniaxială, $h = H_0 / H_K$ este raportul dintre modulul câmpului extern \mathbf{H}_0 și al celui de anizotropie iar θ_h este unghiul dintre direcția lui \mathbf{H}_0 și axa de ușoară magnetizare, Figura 1.

Deoarece mișcarea de precesie nu determină disiparea energiei magnetice, Dimian et al. a considerat că aceasta poate face parte din dinamica magnetizației dar numai pe o scală de timp scurtă, și având asociată o variabilă de mișcare specifică. Considerând ecuația LLG cu **M** și \mathbf{H}_{ef} normate la magnetizația de saturație

$$\frac{d\mathbf{m}}{d\tau} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{ef} - \alpha \mathbf{m} \times \left(\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{ef}\right).$$
(21)

se poate explicita această formă pe componentele $\{m_x, m_y, m_z\}$ având în vedere că $\mathbf{h}_{ef} \equiv \mathbf{h}_{ef} (h_{ef}^x, h_{ef}^y, h_{ef}^z)$. Trecând la coordonate sferice și folosind energia totală ca variabilă independentă ce fluctuează pe o scală largă de timp, se poate echivala (21) cu un sistem de două ecuații cu dependență explicită de timp:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = F_1(\theta, \varphi) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = F_2(\theta, \varphi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta \equiv \theta(\tau) \\ \varphi \equiv \varphi(\tau) \end{cases}$$
(22)

unde F_1 și F_2 denotă formele ecuației LLG pentru fiecare variabilă. Acest lucru este posibil numai dacă se conservă modulul macrospinului, deoarece această constrângere reprezintă

o integrală de mișcare ce reduce numărul de variabile necesare pentru a caracteriza dinamica sistemului.

Cu toate că acum putem caracteriza dinamica macrospinului folosind un set de două funcții dependente de timp: $\theta(\tau)$ și $\varphi(\tau)$

, este important să alegem un sistem de coordonate în care aceste variabile să aibă un parcurs în timp care să fie modelat cu ușurință, din moment ce aceste variații sunt dependente și de condițiile inițiale ale sistemului.

Relațiile DSWM

În coordonatele sferice ale particulei SW, în care unghiul θ este cel dintre **M** și axa de ușoară magnetizare. Dependența de timpa perechii $\{\theta, \phi\}$ are o formă ce prezintă dificultăți în contextul modelării numerice datorită influenței condițiilor inițiale a magnetizației, în principiu poziția acesteia și valoarea câmpului extern. În Figura 5sunt prezentate astfel de forme la diferite poziții inițiale ale lui **M**.

Modelul Stoner-Wohlfarth dinamic



Figura 5: Formele funcțiilor $\theta(t)$ (a) și $\varphi(t)$ (b) pentru diferite valori ale pozițiilor inițiale $\{\theta_m, \varphi_m\}$.



Figura 6: Dependența de timp a noilor coordonate $\{\Theta, \Phi\}$ pentru condiții inițiale diferite.

Pe de altă parte, într-un nou sistem de coordonate, Figura 7, unde noua axă OZ este însăși direcția câmpului efectiv $\mathbf{H}_{e\!f}$, variația

în timp a noilor mărimi unghiulare $\{\Theta, \Phi\}$ va fi mult simplificată deoarece Θ întotdeauna scade la zero către echilibru iar Φ prezintă o variație liniară în timp asemenea unui semnal de timp dinte de fiărăstrău.

$$\mathbf{u}_{r}^{h} \qquad \mathbf{u}_{r}^{h} \qquad \mathbf{u}_{r}^{h} \qquad \mathbf{u}_{\theta}^{h} \qquad \mathbf{u}_{\phi}^{h} \qquad \mathbf{u}$$

 $\partial \Phi / \partial t = \gamma H_{ef} \tag{23}$

Figura 7: Reprezentarea noului sistem de coordonate dat de versorii coordonatelor sferice ale câmpului efectiv.

În Figura 7 este reprezentat acest sistem nou de coordonate unde versorul \mathbf{u}_{r}^{h} este coliniar cu câmpul efectiv $\mathbf{H}_{ef}(H_{ef}, \theta_{ec}, \varphi_{ec})$. Având la dispoziție setul { θ_{ec} . φ_{ec} } din calculele folosind modelul SW clasic, putem obține noile coordonate { Θ, Φ } ale lui \mathbf{m} . Pentru început să presupunem că \mathbf{m} are, în sistemul de

coordonate sferice clasic coordonatele $\mathbf{m}(\theta, \varphi)$, ceea ce înseamnă că are componentele carteziene $m_x = \sin(\theta)\cos(\varphi)$, $m_y = \sin(\theta)\sin(\varphi)$ și $m_z = \cos(\theta)$. Componentele noului vector \mathbf{m}^{rot} , unde "rot" indică faptul că acest vector este obținut prin rotația sistemului de coordonate, sunt date de relația matriceală:

$$\begin{pmatrix} m_x^{rot} \\ m_y^{rot} \\ m_z^{rot} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{ec})\cos(\varphi_{ec}) & \cos(\theta_{ec})\sin(\varphi_{ec}) & -\sin(\theta_{ec}) \\ -\sin(\varphi_{ec}) & \cos(\varphi_{ec}) & 0 \\ \sin(\theta_{ec})\cos(\varphi_{ec}) & \sin(\theta_{ec})\sin(\varphi_{ec}) & \cos(\theta_{ec}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix},$$

Mai este de remarcat cum fiecare variație în timp a magnetizației are o formă ce poate fi suprapusă peste o comutare completă de 180 de grade, Figura 8. Graficul (b) conține doar variațiile ce nu pornesc din $\Theta = 180^{\circ}$ care sunt introduse și în graficul (a).

Din observațiile și simulările efectuate concluzionăm că pentru a calcula o traiectorie cât mai generală a lui $\partial \Theta / \partial t$ trebuie să împărțim problema în două faze:

- Determinarea funcției de formă $f(\Theta)$, care oferă alura completă a traseului macrospinului de la $\Theta = 180^{\circ}$ spre $\Theta = 0^{\circ}$ pentru diverse valori ale câmpului extern \mathbf{H}_0 .
- Scalarea în timp a variațiilor lui Θ . Acest lucru este suficient de complex deoarece necesită interpolarea timpului de echilibru pentru toate traiectoriile posibile ce depind atât de câmpul exterior \mathbf{H}_0 , cât și de poziția inițială a lui **m**. Acești timpi de echilibru obținuți trebuie

interpolați cu o funcție ce depinde de diferiți parametri. Această funcție va fi notată cu $t_{\rm max}$, unde "max" semnifică timpul maxim de parcurgere al macrospinului spre echilibru.

Având aceste teme stabilite, putem scrie relația finală de variație în timp a lui $\Theta\,$:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{f(\Theta)}{t_{\max}},\tag{24}$$

semnul "-" indicând descreșterea uniformă spre zero deoarece atât $f(\Theta)$ cât și t_{max} sunt pozitive.



Figura 8: Comutarea magnetizației 0-180 de grade și modul în care diferitele faze ale comutării sunt decalate în timp.

Ecuațiile (24) împreună cu (23) constituie setul complet, echivalent cu (22), ce descrie dinamica momentului magnetic în concordanță cu ecuația LLG:

$$\begin{pmatrix}
\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{f(\Theta)}{t_{\text{max}}}, \\
\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \gamma H_{ef}.
\end{cases}$$
(25)

Acest sistem de ecuații caracterizează mișcarea macrospinului în cadrul DSWM, cunoașterea a priori a poziției de echilibru fiind elementul cheie ce definește acest model.

Interpolarea timpului de echilibru

Calculul timpului maxim de echilibru t_{max} se relizează cu ajutorul ecuației LLG. Condiția de echilibru din (13) devine astfel:

$$\left|\mathbf{m}\times\mathbf{h}_{ef}\right|<\varepsilon.$$
(26)

unde $\varepsilon = 10^{-3}$ este o constantă determinată din simulări numerice. S-a ales ca timpul astfel determinat să fie raportat la perioada Larmor calculată cu ajutorul câmpului de anizotropie pentru a include mărimile fizice specifice particulei feromagnetice în valoarea acestui timp și a elimina astfel necesitatea de a interpola după K și M_s .

$$t_{\max} = \frac{t_{\max} [ps]}{T_{H_{\kappa}}} [N_{Larmor}],$$

$$T_{H_{\kappa}} = \frac{2\pi}{\gamma H_{\kappa}}.$$
(27)

Această normare ne ajută la exprimarea timpului de echilibru întro unitate de măsură ce oferă mai multă informație despre dinamica lui **m**. De exemplu, când avem $t_{max} = 50$, macrospinul a executat aproximativ 50 de rotații complete în jurul câmpului efectiv. O normare la perioada Larmor calculată cu câmpul efectiv ar produce o imagine și mai precisă, însă acesta conține în relația sa câmpul extern **h**₀, care trebuie investigat separat.

Chiar dacă $\theta \in [0^{\circ}, 180^{\circ}]$ în coordonatele sferice standard, am ales ca poziția inițială a magnetizației să varieze între $\theta_{in} \in [0^{\circ}, 360^{\circ})$ pentru a include toate situațiile numerice posibile. În Figura 9 este timpul maxi ce trebuie interpolat după unghiul inițial θ_{in} , unghiul de echilibru θ_{ec} și valoarea câmpului extern h.



Figura 9: Hartă color a timpilor de relaxare pentru un macrospin supus la un câmp extern relativ cu cel de anizotropie h=2. Timpul este exprimat în unități de perioadă Lamor.

În Figura 10 avem unitatea de bază a harții colorate ce va fi interpolată. Această curbă este obținuta la o valoare constantă a poziției de echilibru a magnetizației. Simetria curbei la reflexia prin cele două vârfuri, respectiv forma tangențială a porțiunii nehașurate reprezintă elementele ce fac posibilă interpolarea întregii hărți.



Figura 10: O secțiune orizontală din harta color a timpului de echilibru. Reconstrucția acestei hărți se realizează în modul următor

- În primul rând se transformă θ_{in} și θ_{ec} în radiani deoarece aceasta este unitatea de măsură folosită în evaluarea parametrilor și a coeficienților funcțiilor de interpolare.
- Se calculează coordonatele lui P_c din Figura 10 folosind relațiile

$$\theta_{in}^{c} = \sum_{i=0}^{3} c_{i} \theta_{ec}^{i},$$

$$t_{max}^{c} = T_{0} + T_{1} e^{-\frac{\left(\theta_{ec} - \theta_{g}\right)^{2}}{2w^{2}}}.$$
(28)

unde fiecare coeficient depinde de h printr-o funcție asimptotică de forma:

$$f(h) = a - b \cdot c^h \tag{29}$$

 $\{a, b, c\}$ având valori tabelate pentru $h \in [1, 10]$.

• Apoi se evaluează funcția

$$t_{\max}^{tr}\left(x;\,\theta_{ec},\,h\right) = \left(0.9 + 9.26 \cdot 0.58^{h}\right) \cdot \tan\left[\frac{1.47 \cdot \left(\theta_{in} - \theta_{in}^{c}\right)}{\theta_{in}^{c} - \theta_{ec}}\right],$$

unde t_{max}^{tr} este timpul calculat de pe curba din Figura 10 când aceasta este tranzlatată în oriiginea graficului.

 Dacă θ_{in} se află într-una din porțiunile hașurate din Figura 10 se aplică formulele de translație:

$$\begin{cases} \theta_{in} \to 2\theta_{ec} - \theta_{in}, \ \theta_{in} < \theta_{ec}, \\ \theta_{in} \to 4\theta_{in}^c - 2\theta_{ec} - \theta_{in}, \ \theta_{in} > \theta_{in}^2. \end{cases}$$
(30)

unde $\theta_{in}^2 = 2\theta_{in}^c - \theta_{ec}$.

• Timpul maxim de echilibru este suma dintre t_{max}^c și t_{max}^{tr}

$$t_{\max}\left(\theta_{in},\,\theta_{ec},\,h\right) = t_{\max}^{tr} + t_{\max}^{c}.$$
(31)



Figura 11: Harta timpilor de echilibru, reconstruită folosind formulele de interpolare determinate.

Folosind aceste etape se poate reconstrui harta din Figura 9 în Figura 11. Se constantă că cele mai importante diferențe sunt în preajma zonelor de maxim și de minim, $\theta_{in} = \{\theta_{in}^1, \theta_{in}^2\}$. În aceste zone timpul maxim are o variație relativ arbitrară, determinată de ε . În zona din jurul coordonatelor $\theta_{ec} > 150^\circ$, $\theta_{in} < 10^\circ$ valorile lui t_{max} depășesc scala folosită pentru reprezentarea acestuia. Acest lucru este cauzat de variația foarte rapidă a tangentei în preajma asimptotelor. Harta poate fi reconstruită pentru orice valoare a lui $h \in [1, 10]$ însă nu și pentru h < 1 unde dinamica macrospinului **M** este ghidată de zona energetică în care se află acesta inițial. În acest caz timpurile de echilibru ating valori mari de ordinul sutelor de perioade Larmor pentru ca \mathbf{M} să traverseze bariera energetică dintre cele două minime.

Interpolarea variației unghiulare

Este important de calculat funcția $f(\Theta)$ din (24) deoarece aceasta determină viteza de variație a lui Θ în timp, conferind astfel aliura curbei $\mathbf{M}(t)$ spre echilibru. Datele pentru interpolarea funcției $f(\Theta)$ sunt calculate folosind același demers ca și în cazul timpului maxim. Se va apela la rezolvări numerice ale ecuației LLG pentru diferite valori ale lui θ_{ec} și h. Din ecuația (25) reiese că

$$f\left(\Theta\right) = -\partial\Theta_{LLG} \cdot \frac{t_{\max}}{\partial t}, \qquad (32)$$

unde $\partial \Theta_{LLG}$ și t_{max} sunt determinate din simulările ecuației LLG iar ∂t este pasul de integrare din metoda Heun folosită pentru rezolvarea ecuației diferențiale. Obținem astfel Figura 12 unde se constată o reflexie față de planul perpendicular pe axa de ușoară magnetizare.



Figura 12: Harta ce reprezintă funcția $f(\Theta)$ obținută prin evaluarea ecuației LLG la h = 2.

În Figura 8 (b) se observă că variația lui Θ nu este una monoton descrescătoare, micile oscilații complicând procesul de interpolare, așa că s-a folosit numai termenul de relaxare al ecuației LLG:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha h_{\theta}, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\alpha h_{\varphi}}{\sin(\theta)}. \end{cases}$$
(33)

În acest mod se elimină problema oscilațiilor lui Θ fără a afecta durata traiectoriei deoarece termenul de relaxare este cel de lungă

durată care determină timpul de relaxare spre echilibru conform teoriei celor două scale de timp.

În este reprezentată o porțiune orizontală din harta color a funcției $f(\Theta; \theta_{ec})$. Fiecare dintre aceste curbe poate fi intrpolată folosind un polinom de grad 4 fără termen liber deoarece funcția trebuie să treacă prin origine.



Figura 13: Un exemplu de secțiune orizontală a hărții funcției de variație a lui Θ .

La fel ca și în cazul interpolării timpului de echilibru, vom prezenta pașii ce trebuie urmați pentru a obține valoarea funcției $f(\Theta)$:

• Se utilizează relația de mai jos dacă $\theta_{ec} > 90^{\circ}$:

$$f\left(\Theta;\,\theta_{ec}\right)_{\theta_{ec}\leq90^{\circ}} = f\left(\Theta;180^{\circ}-\theta_{ec}\right)_{\theta_{ec}>90^{\circ}}.$$
(34)

- Se stabilesc parametrii Θ , θ_{ec} și *h*. Mărimile unghiulare se trec în radiani.
- Se utilizează sistemul de ecuații unde valorile coeficienților {a, b, c} sunt trecute într-un tabel de valori ce va fi folosit în alogirtmul computerizat.

$$\begin{cases} f\left(\Theta\right) = \sum_{i=1}^{4} P_{i} \cdot \Theta^{i}, \\ P_{i} = \sum_{j=0}^{3} Q_{j}^{i} \cdot \theta_{ec}^{j}, \\ Q_{j}^{i} = a - b \cdot c^{h}. \end{cases}$$
(35)

Analizând Figura 14 care reprezintă o reconstrucție a Figura 12, se observă buna asemănare cu datele numerice obținute prin simulare. Trecerea din jumătatea inferioară spre cea superioară este mai bruscă în cazul funcției interpolate însă sunt prezente toate elementele necesare determinării unei traiectorii conforme cu cea oferită de ecuația LLG.



Figura 14: Harta din Figura 12, reconstruită folosind algoritmul de interpolare.

Am remarcat până acum modul în care descompunerea dinamicii macrospinului într-o componentă disipativă și una precesională, împreună cu stabilirea unei soluții aproximative și constrângerea modulului lui **M** conduc la dezvoltarea unui sistem de ecuații decuplate ce furnizează variația în timp a variabilelor unghiulare $\{\theta, \varphi\}$. Am stabilit cum utilizarea unui nou sistem de coordonate sferice, dezvoltat folosind poziția de echilibru a lui **M** calculată cu modelul SW clasic, simplifică determinarea setului de ecuații DSWM, realizând trecerea la noile variabile $\{\Theta, \Phi\}$ care au o dependență de timp mai ușor de interpolat. Variabila azimutală Φ necesită numai cunoașterea câmpului efectiv H_{ef} pentru determinarea vitezei unghiulare de precesie iar cea radială Θ are variația în timp caracterizată de două funcții: una specifică alurii sale, $f(\Theta)$, și cealaltă t_{max} care determină întinderea pe axa timpului a lui $\Theta(t)$. Interpolarea acestora s-a realizat cu ajutorul funcțiilor asimptotice și polinomiale, ținând cont de aspectele simetrice din dependența lor de poziția inițială \mathbf{M}_0 și cea finală \mathbf{M}_{ec} . Din aceste interpolări au rezultat coeficienți ce au fost înregistrați în tabele de valori, cu scopul de a reconstrui aceste funcții necesare în calculele numerice ale lui Θ .

Concluzii

In concluzie avem o imagine completă asupra mecanismului SW dinamic alcătuit din relațiile (25) împreună cu modurile de obținere a timpului de echilibru și a vitezei de variație a lui Θ . Complexitatea acestui mecanism este datorată multitudinii de calcule necesare obținerii mărimilor interpolate însă oferă o ușurință în ceea ce privește puterea computațională necesară efectuării calculelor datorită liberii modificări a pasului de timp ∂t .

Dezavantajele acestui mecanism stau în determinarea lui t_{\max} și a lui $f(\Theta)$ în interiorul astroidei. În această privință trebuie de analizat cum sunt influențate timpul de echilibru și viteza de variație a lui Θ la tranziția dintre două minime energetice diferite. Până acum discuția rezumându-se la un singur minim

energetic. Gradul de complexitate crește odată cu modificarea profilului energiei de anizotropie uniaxială prin introducerea unui al doilea termen $K_2 \neq 0$, dar și la adăugarea de termeni noi în ecuația LLG ce modifică dinamica lui **m**. În orice caz acest mecanism poate reprezenta începutul unei noi direcții de cercetare în micromagnetismul numeric.

Aplicații ale modelului SW dinamic

În acest capitol ne propunem să analizăm rezultatele oferite de modelul SW dinamic și să le comparăm cu cele date de ecuația LLG.

Această analiză se va desfășura de-a lungul a mai multor configurații de sisteme de particule feromagnetice cu diferite distribuții ale pozițiilor relative într-un sistem de coordonate cartezian, a coeficienților de anizotropie, tăria interacțiunilor dipolare etc. Aceste comparații vor oferi o imagine asupra calității mecanismului și la felul în care acesta ar putea fi folosit pentru descrierea proceselor de magnetizare în sisteme complexe de particule feromagnetice.

Rolul pasului de timp

Spre deosebire de ecuația LLG, unde pasul de timp are rol în a determina stabilitatea și convergența soluțiilor, modelul SW dinamic conține un set de ecuații algebrice unde pasul de timp Δt_{SW} are un rol diferit. Deoarece poziția de echilibru este cunoscută a priori iar modul de variație a lui **M** este dat de funcțiile $f(\Theta)$ și t_{max} pentru $\Theta(t)$, și de perioada Larmor calculată cu valoarea câmpului efectiv, $T_{Larmor}(H_{ef})$. Rolul lui

 Δt_{SW} este acela de parametru al rezoluției dinamicii magnetizației în acest mecanism, fiind necesar în determinarea numărului de puncte intermediare \mathbf{M}_i între cel inițial \mathbf{M}_0 și de echilibru \mathbf{M}_{ec} , putând avea o largă plajă de valori $\Delta t_{SW} \in (0, t_{max})$. Trecând la diferențe finite în ecuațiile DSWM (25), le rescriem într-un mod mai explicit:

$$\begin{cases} \Theta_{i+1} = \Theta_i - f\left(\Theta_i\right) \cdot \frac{\Delta t_{SW}}{t_{\max}}, \\ \Phi_{i+1} = \Phi_i - 2\pi \cdot \frac{\Delta t_{SW}}{T_{Larmor}\left(H_{ef}\right)}. \end{cases}$$
(36)

Această formă a ecuațiilor DSWM oferă o imagine mai concretă asupra semnificației numerice a lui Δt_{SW} și anume aceea de parte facțională din totalul traiectoriei definite. Pentru Θ , Δt_{SW} reprezintă fracția din timpul maxim la care se calculează valoarea acestei variabile iar pentru Φ acest parametru semnifică ponderea din perioada de precesie Larmor cu care s-a modificat unghiul raportat la o rotație completă de 2π radiani. În Figura 15 este artătat modul în care creșterea pasului de timp determină o scădere a rezoluției curbei proiecției magnetizației pe direcția câmpului aplicat.





Figura 15: Proiecția lui **M** calculată cu DSWM pentru diferiți pași de timp Δt_{SW} : (a) 1ps, (b) 10 ps.



Figura 16: Proiecția magnetizației totale a sistemului de două particule în interacțiune pentru pași de timpi diferiți: (a) $\Delta t_{SW} = 1 \text{ ps}$, (b) $\Delta t_{SW} = 25 \text{ ps}$.

Din Figura 16 observăm că, pornind din poziția inițială $\theta_0 = 1^\circ$, sistemul atinge echilibrul când $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ trece din starea -1 în +1. Este evident cum creșterea lui Δt_{SW} determină atingerea echilibrului într-un timp mai scurt. Acest fapt se datorează câmpului dipolar, care devine tot mai relevant în estimarea dinamicii sistemului pe măsură ce energia de anizotropie devine tot mai scăzută atunci când \mathbf{M} se află în apropierea planului (XOY). În aceasta zonă variația în timp a orientării fiecărui macrospin este puternic influențată de câmpul de interacțiune a cărui variație este influențată de Δt_{SW} . Astfel un Δt_{SW} crescut determină o variație mai semnificativă a lui \mathbf{h}_{dip} de la un pas de timp la altul, ceea ce duce la traversarea mai rapidă a planului perpendicular pe axa de ușoară magnetizare de către magnetizația totală \mathbf{m} .

În concluzie, alegerea unui pas de timp optim pentru simulările numerice folosind DSWM este strict legată de natura sistemului și de condițiile în care se află acesta. Fie că vorbim despre un câmp static sau de unul variabil în timp, ce acționează asupra unui sistem cu sau fără interacțiuni, este important ca Δt_{SW} ales să aibă o valoare suficient de mică astfel încât toate aspectele fine ale dinamicii să fie surprinse în rezultatele finale. Chiar dacă ne putem permite pași de timpi mai mari decât în cazul ecuației LLG deoarece Δt_{LLG} are un rol în convergența și stabilitatea soluției, trebuie să luăm în considerare felul în care Δt_{SW} afectează dinamica sistemului. Pentru o concordanță bună între rezultatele oferite de ecuația LLG și cele ale mecanismului SW dinamic se recomandă ca pasul de timp ales să nu depășească ∂t_{LLG} mai mult de douăzeci de ori, $\Delta t_{SW} / \Delta t_{LLG} \in [1, 20]$. Această recomandare este rezultatul observațiilor realizate în urma simulărilor cu algoritmul DSWM.

Lanțuri de particule în câmp variabil

Este evident că DSWM poate simula procesele dinamice ale unui sistem simplu ce prezintă interacțiune magnetostatică, însă trebuie de avut în vedere că aceste interacțiuni sunt dependente de configurația particulelor într-un sistem mai complex. În cazul multistraturilor subțiri, fiecare pătură prezintă proprietăți fizice ale monodomeniilor ce pot fi diferite de cele ale straturilor învecinate. Interacțiunile dipolare nu permit ca proprietățile magnetice ale întregului ansamblu să fie aceleași dacă acestea sunt interschimbate. Din acest motiv trebuie de investigat felul în care DSWM se comportă la simularea curbelor MHL în cazul unui lanț vertical format din patru particule. Acest lanț este compus din particule cu două tipuri de proprietăți, acestea fiind aranjate diferit în lant. Curbele de histerezis dinamice la $v_h = 10$ MHz, $v_{es} = 4$ GHz și $\theta_h = 5^\circ$ pentru un lanț vertical prezentat în **Error! Reference source not found.**



Figura 17: Un lanț de particule elipsoidale cu centrele geometrice situate pe axa OZ și axele de ușoară magnetizare aproximativ paralele cu aceasta.

Cele două tipuri de particule au următoarele caracteristici: un tip constă din coeficient de anizotropie și timp de relaxare scăzut, $\{k_1, \tau_{r,1}\}$, și celălalt tip cu parametrii $\{k_2, \tau_{r,2}\}$ având valori numerice relativ ridicate față de $\{k_1, \tau_{r,1}\}$, unde $k \equiv K/K_{mod}$ și $K_{mod} = 10^5$ J/m³. Parametrul τ este folosit pentru a modula timpul de echilibru al particulelor. Un τ supraunitar duce la creșterea timpului de echilibru, implicând comutări întârziate iar când τ este subunitar particule pot fi dispuse în cadrul lanțului sub diferite aranjamente: alternativ, $\{k_1, \tau_{r,1}\} \rightarrow \{k_2, \tau_{r,2}\} \rightarrow \{k_1, \tau_{r,1}\} \rightarrow \{k_2, \tau_{r,2}\}$ sau k_{1212} , unde fiecare particula de un anumit tip este urmată de alta cu proprietăți

diferite; și separat, $\{k_1, \tau_{r,1}\} \rightarrow \{k_1, \tau_{r,1}\} \rightarrow \{k_2, \tau_{r,2}\} \rightarrow \{k_2, \tau_{r,2}\}$ sau k_{1122} , în care toate particulele de un singur tip sunt amplasate succesiv în lant.

Aceste aranjamente influențează forma curbelor MHL deoarece interacțiunile dipolare determină comutări în secvențe diferite ale particulelor, favorizând sau inhibând o comutare a întregului sistem. De exemplu, domeniile cu anizotropie puternică și cu timp de relaxare lung comută mai lent, câmpurile de dipol create de momentele acestora menținându-se în poziția lor inițială pe un interval mai larg de câmpuri aplicate, fapt ce inhibă comutarea vecinilor cei mai apropiați. În Figura 18 avem curbele MHL pentru un sistem format din două astfel de particule. În (a) es prezentat modul în care comută sistemul când nu avem modificat timpul de relxare, spre deosebire de (b) unde se observă cum introducerea parametrului τ_r în calcul contribuie la modificarea coercitivității particulelor. În cazul de față, magnetizarea slabă sau tare este accentuată pentru ambii macrospini, astfel încât un sistem ce cuprinde ambele particule prezintă un platou mai accentuat și o comutare mult accelerată datorită timpilor de relaxare reduși. În acest studiu magnetizația de saturație a tuturor macrospinilor are aceeasi valoare, $M_s = 795774$ A/m.



Figura 18: Curbe MHL pentru două particule ce evidențiază efectul modificării timpului de relaxare. Curbele negre sunt trasate cu LLG iar cele roșii cu DSWM.





Figura 19: Efectul interacțiunilor dipolare magnetizante asupra unui lanț de 4 particule în configurații diferite: (a) LLG, k_{1212} , (b) DSWM, k_{1212} , (c) LLG, k_{1122} , (d) DSWM, k_{1122} ,

În Figura 19 sunt prezentate curbe MHL dinamice pentru interactionile magnetizante specifice configuratiei din Figura 17, la două aranjamente diferite: k_{1212} în (a) și (b) și k_{1122} în (c) și (d). Rezultatele demonstrează cum aranjamentele influențează forma histerezisului prin modificarea platoului de comutare intermediară. În primul set, cel cu k_{1212} , se poate observa un platou corespunzând valorilor $m = \pm 0.5$, indicând comutarea unei singure particule, anume cea cu k_1 din originea sistemului de axe, deoarece aceasta este supusă la câmpul dipolar cel mai slab și are câmpul coercitiv mai scăzut. Pe urmă, graficele (c) și (d) prezintă același platou la m = 0 ca și cum întregul lanț k_{1122} ar fi echivalent cu un sistem format din două particule k_{12} , interacțiunile dintre două tipuri diferite de monodomenii fiind mai intense în apropierea centrului lanțului unde are loc tranziția de la un tip de particulă la celălalt.

Demagnetizarea asiatată de câmp și temperatură

Simulările numerice folosind DSWM ale procesului de demagnetizare termică asistată de un câmp de menținere sau "holding field" H_{hold} pentru un sistem format din mai multe particule feromagnetice au condus la rezultate promițătoare pentru utilizarea acestui model în simularea de fenomene ce au loc pe o scală largă de timp. Acest fenomen a fost studiat în lucrarea lui Della Torre [17] folosind modelul Preisach-Arhenius

și mai târziu în studiul lui Strungaru et al. [18] unde s-au construit curbe de demagnetizare pentru diverse sisteme magnetice.

Fiecare macrospin cu anizotropie uniaxială prezintă un profil energetic cu două minime E_{\min}^1 și E_{\min}^2 , respectiv cu două valori ale barierei energetice $E_b^+ = E_{\max} - E_{\min}^1$ și $E_b^- = E_{\max} - E_{\min}^2$ unde E_{\max} reprezintă energia magnetică pe care o are macrospinul când acesta este situat în poziția de echilibru instabil dintre cele două minime. Este posibil ca, sub influența anumitor factori externi, magnetizația să capete suficientă energie astfel încât să traverseze această barieră, comutând spre cealaltă poziție de echilibru. Acest fenomen are un caracter statistic iar probabilitatea de tranziție este dată de relația lui Néel [19],

$$p_{\pm} = 1 - \exp(-t/\tau_{\pm}),$$
 (37)

unde t este timpul măsurat de la momentul aplicării condițiilor de comutare macrospinului iar τ_{\pm} este un timp caracteristic de tranziție calculat cu expresia lui Arhenius

$$\tau_{\pm} = \tau_0 \exp\left(E_b^{\pm} / k_B T\right),\tag{38}$$

unde τ_0 este perioada de precesie a lui **M** și poate fi considerată ca fiind egală cu perioada Larmor calculată cu câmpul de anizotropie $T_{Larmor}(H_K)$, iar k_BT este energia termică a particulei. Trebuie de avut în vedere că acel câmp de menținere să nu depășească valoarea câmpului critic $h_{hold} < h_C$ pentru a stabili un profil energetic cu două minime.

Folosind DSWM am calculat curbe de demagnetizare termică la T = 300 K și $\tau_0 = 10^{-10}$ secunde în cazul unui strat dublu cu $N_l = 121$ macrospini per strat, plasați într-o rețea de 11×11 cu axele de magnetizare ușoară dispuse perpendicular pe planul *XOY*.

Parametrii de material au valori cu distribuții gaussiene cu centrul μ și deviația standard σ astfel: constanta K are $\{\mu_{K} = 10^{5} \text{ J/m}^{3}, \sigma_{K} = 0.1 \cdot \mu_{K}\}$ pentru stratul inferior și $\{\mu_{K} = 3 \times 10^{5} \text{ J/m}^{3}, \sigma_{K} = 0.1 \cdot \mu_{K}\}$ pentru cel superior, magnetizația de saturație M_{S} $\{\mu_{M_{S}} = 795774 \text{ A/m}, \sigma_{M_{S}} = 0.1 \cdot \mu_{M_{S}}\}$ și unghiul axei de ușoară magnetizare θ_{EA} are $\{\mu_{\theta_{EA}} = 0^{\circ}, \sigma_{\theta_{EA}} = 5^{\circ}\}$ față de sistemul de axe de coordonate sferice propriu particulei.

În Figura 20 (a) avem curbele de histerezis la $V_h = 1$ MHz pentru stratul dublu. Câmpul extern, care face un unghi mic față de OZeste raportat la $H_K = 2 \times 10^5$ A/m. Curbele de demagnetizare sunt calculate la valori diferite ale lui h_{hold} si,am studiat cazul în care interacțiunile dipolare sunt slabe sau intense. Gtaficele (b) și (c) sunt cele pentru interacțiuni neglijabile, respectiv puternice.

Se observă cum magnetizația nu poate atinge valoarea m = -1datorită energiei barierei de anizotropie care este mai semnificativă pentru stratul superior. Magnetizația sistemului

devine nulă, însemnând că doar stratul inferior a comutat urmând ca cel superior să comute la timpi foarte ridicați pe scala logaritmică. O prelungire în timp a simulării în cazul câmpurilor de menținere mici ar rezulta într-o comutare totală însă graficul s-ar deplasa spre logaritmi de ordinul sutelor pe axa absciselor și ar denatura aspectul comutărilor la câmpuri mari.

Prezența câmpului magnetostatic impune o distribuție de timpi caracteristici, nemaiputând fi vorba despre un aspect universal al acestor relaxări. Însă, comparând aceste curbe cu cele la interacțiuni slabe se poate deduce o distribuție a intensităților interacțiunilor dipolare în sistem.





Figura 20: Curbe de demagnetizare termică pentru două tipuri de configurații de particule. Cazul interacțiunilor dipolare slabe și intense.

Deoarece câmpul dipolar este suficient de puternic, acesta modifică semnificativ forma curbelor de demagnetizare. Platoul corespunzător lui m=0 ce era prezent când $H_{dip} = 0$ nu se mai formează, unii macrospini ajungând să nu mai comute, menținând magnetizația sistemului la valori nenule.

Este important de spus că deși s-a utilizat algoritmul DSWM pentru efectuarea simulărilor demagnetizării termice, natura procesului simulat nu a necesitat componenta dinamică a mecanismului. Fiind vorba de timpi caracteristici cu valori ce depășesc timpii maxim de relaxare $t_{\rm max}$ interpolați, s-au simulat comutări instantanee cu $\Delta t_{SW} \gg t_{\rm max}$, magnetizațiile particulelor trecând direct în valoarea de echilibru calculată cu modelul rotațiilor coerente. Aceste simulări de comutare statistică, asistată de temperatură, dovedesc utilitatea modelului SW dinamic în simularea proceselor din cadrul sistemelor magnetice cu timpi de relaxare ridicați.

Concluzii

Aspectele de natură fenomenologică ale dinamicii momentelor magnetice sunt regăsite în modelul ecuației LLG și cel al rotațiilor coerente. S-a stabilit pe parcursul acestei teze că cele două modele, deși diferite prin natura informației ce o oferă asupra modului de variație al lui \mathbf{m} , pot să se completeze reciproc pentru a dezvolta un nou mecanism de caracterizare și calcul al fenomenelor micromagnetice ce au loc la frecvențe diferite din cadrul sistemelor de particule cu diferite geometrii și configurații.

Chiar dacă DSWM a fost dezvoltat în baza a numeroase interpolări de funcții obținute experimental prin calculul ecuația LLG, acesta s-a dovedit a produce rezultate rezonabile pentru procesele care au loc la câmpuri variabile cu frecvențe înalte, specifice particulelor feromagnetice cu distribuții de mărimi fizice dar și configurații diverse ale acestor particule într-un sistem complex.

Dezvoltarea unui sistem de ecuații care oferă variația în timp a momentului magnetic reprezintă un obiectiv important în studiul micromagnetismului și acest mecanism, deși prezintă erori relative de interpolare vizibile reușește să asimileze comportamentul numeric al unui model de calcul dezvoltat pe considerente fenomenologice.

Concluzii generale

Concluzii generale

Pe parcursul acestei teze am stabilit și construit un model de calcul numeric pentru variația în timp a magnetizației unei particule feromagnetice cu anizotropie uniaxială, supusă la acțiunea unui câmp magnetic extern. Acest model a fost derivat folosind funcții de interpolare pentru mărimile unghiulare ce caracterizează poziția macrospinului în coordonate sferice, stabilind astfel o metodă de calcul a poziției lui **M** fără a necesita rezolvarea ecuației LLG.

În prima parte a lucrării am conturat teoria de bază a feromagnetismului și a dinamicii momentelor magnetice sub acțiunea unui câmp magnetic extern. Aceste concepte s-au dovedit a fi utile în stabilirea unui punct de plecare în elaborarea acestui model. Atât modelul SW clasic cât și ecuația LLG sunt în continuare utilizate în cercetarea științifică pentru a conduce la rezultate noi. Aceste rezultate au un puternic impact asupra dezvoltării tehnologice a societății și din acest motiv merită aduse în discuție în acest context.

A doua parte a lucrării constă din stabilirea relațiiloer de variație a mărimilor unghiulare ce caracterizează poziția magnetizației. Aceste relații conțin mărimi ce sunt dependente de poziția inițială și finală a lui \mathbf{M} precum și de câmpul extern aplicat h. Din acest motiv mărimile respective au fost interpolate folosind diverse funcții polinomiale, gausiene și asimptotice pentru a stabili un aparat matematic consistent ce va reduce puterea de calcul necesară determinării parcursului lui \mathbf{M} .

Concluzii generale

A treia parte a studiului a constat din determinarea curbelor MHL la câmp variabil pentru patru configurații diferite de particule feromagnetice. Aceste determinări au fost făcute cu ajutorul DSWM și ilustrează o foarte bună concordanță cu rezultatele obținute cu ecuația LLG. Cu toate că s-au luat în vedere o multitudine de variații ale parametrilor sistemului, modelul SW dinamic a fost validat cu succes de către LLG, fiind astfel dovedit a fi capabil de modelarea numerică a sistemelor complexe de particule magnetice.

Este important de precizat că modelul SW dinamic prezintă limitări în contextul intervalelor numerice ale parametrilor de intrare. În primul rând concordanța DSWM-LLG este afectată la valori sub-critice ale câmpului extern aplicat $h < h_c$, iar interpolările timpului de echilibru și a vitezei de variație a lui Θ prezintă erori la valori limită ale parametrilor de intrare. În pofida acestor dificultăți modelul se dovedește a fi consistent și suficient de precis în a produce rezultate conforme cu cele ale ecuației LLG. O abordare fundamentată mai solid pe concepte fenomenologice este necesară pentru a combate aceste inadvertențe.

Bibliografie

Bibliografie

- 1. Childress, J.R. and R.E. Fontana, *Magnetic recording read head sensor technology*. Comptes Rendus Physique, 2005. **6**(9): p. 997-1012.
- 2. Freitas, P.P., R. Ferreira, and S. Cardoso, *Spintronic Sensors*. Proceedings of the IEEE, 2016. **104**(10): p. 1894-1918.
- 3. Datta, S., *How we proposed the spin transistor*. Nature Electronics, 2018. **1**(11): p. 604-604.
- 4. Bhatti, S., et al., *Spintronics based random access memory: a review*. Materials Today, 2017. **20**(9): p. 530-548.
- 5. Landau, L.D. and E.M. Lifshitz, On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. Phys. Zs. Sowjetunion, 1935. 8: p. 153-169.
- 6. Gilbert, T.L., *A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials*. IEEE Transactions on Magnetics, 2004. **40**(6): p. 3443-3449.
- 7. Bloch, F., *Nuclear Induction*. Physical Review, 1946. **70**(7-8): p. 460-474.
- 8. Atxitia, U., D. Hinzke, and U. Nowak, *Fundamentals and applications of the Landau–Lifshitz–Bloch equation.* Journal of Physics D: Applied Physics, 2016. **50**(3): p. 033003.
- 9. Slonczewski, J.C., *Current-driven excitation of magnetic multilayers*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1996. **159**(1): p. L1-L7.
- 10. Stoner, E.C. and E. Wohlfarth, *A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys.* Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A,

Bibliografie

Mathematical and Physical Sciences, 1948. **240**(826): p. 599-642.

- 11. Hickey, M.C. and J.S. Moodera, *Origin of intrinsic Gilbert damping*. Phys Rev Lett, 2009. **102**(13): p. 137601.
- 12. Lattery, D.M., et al., Low Gilbert Damping Constant in Perpendicularly Magnetized W/CoFeB/MgO Films with High Thermal Stability. Sci Rep, 2018. **8**(1): p. 13395.
- 13. Pervishko, A.A., et al., *Another view on Gilbert damping in two-dimensional ferromagnets*. Sci Rep, 2018. **8**(1): p. 17148.
- 14. Tiberto, P., et al., *Calculation of Gilbert damping in ferromagnetic films*. EPJ Web of Conferences, 2013. **40**.
- Usami, T., M. Itoh, and T. Taniyama, Compositional dependence of Gilbert damping constant of epitaxial Fe100-xRhx thin films. Applied Physics Letters, 2019. 115(14).
- 16. Dimian, M., et al., *Multiscale analysis of magnetization dynamics driven by external fields*. Journal of Applied Physics, 2006. **99**(8): p. 3.
- 17. Della Torre, E., et al., *Preisach-Arrhenius model for thermal aftereffect*. IEEE Transactions on Magnetics, 2002. **38**(5): p. 3409-3416.
- Strungaru, M., et al., Universal thermal decay produced by time scaling in magnetic films and recording media. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2019. 486: p. 5.
- Fannin, P.C., On the calculation of the Neel relaxation time in uniaxial single-domain ferromagnetic particles J. Phys. D: Appl. Phys., 1994. 27(2): p. 185-188.

Articole publicate

[1] **AMANOLOAEI, Gheorghe**; STANCU, Alexandru, STOLERIU, Laurențiu, "*Dynamic Stoner–Wohlfarth Model for Time-Dependent Magnetization Analysis*", IEEE Magnetics Letters, vol. 12, art no. 6103105 (2021) DOI: 10.1109/LMAG.2021.3110488. (**IF 1.549**)

[2] **AMANOLOAEI, Gheorghe**; STOLERIU, Laurentiu, "*Dipolar Interaction Effects in Systems of Macrospins Studied with a Dynamic Stoner-Wohlfarth Model*", Journal of Advanced Research in Physics, vol. 8(1), art. no. 012001 (2020).

[3] DARIESCU, Marina-Aura; DARIESCU, Ciprian; AMANOLOAEI, Gheorghe, Exact Stationary Solutions to a General Form of the Kompaneets Equation, Astrophysics, vol. 62(3), pp. 402-414 (2019) DOI: 10.1007/s10511-019-09591-6 (IF 0.717)

[4] MIHU, Denisa-Andreea; DARIESCU, Marina-Aura; **AMANOLOAEI**, **Gheorghe**, *Generalized special solutions to modified Kompaneets equation*, AIP Conference Proceedings - 18th Physics Conference (TIM) 24-26 mai 2018, vol. 2071, art. no. 020004 (2019) DOI: 10.1063/1.5090051.

Prezentări la conferințe internaționale

[1] STOLERIU, Laurențiu; STANCU, Alexandru;
AMANOLOAEI, Gheorghe, "FORC diagrams identification of magnetization time dependent effects", Advances in Magnetics (AIM) Symposium, 14-16 martie 2016, Bormio, Italia

[2] **AMANOLOAEI, Gheorghe**; STANCU, Alexandru; STOLERIU, Laurențiu, "*Time-dependent Stoner-Wohlfarth Model*", COST Ultrafast opto-magneto-electronics for nondissipative information technology (MAGNETOFON) Meeting, 12-14 februarie 2019, Les Houches, Franța

[3] STOLERIU, Laurențiu; **AMANOLOAEI, Gheorghe**; STANCU, Alexandru, "*Time–dependent Stoner–Wohlfarth Model*", Hysteresis Modeling and Micromagnetics (HMM) Symposium, 19-22 mai 2019, Heraklion, Grecia