

Rezumatul tezei de doctorat

**Contribuție la studiul dinamicii atmosferice utilizând elemente de teoria
haosului**

Conducător științific

Prof. Univ. Dr. Maricel AGOP

Student doctorand

**Iulian-Alin
ROȘU**

IAȘI

2023

Cuprins

Introducere	4
1. Elemente de dinamică nelineară și implicațiile acestora în studiul atmosferei	6
1.1. Generalități	6
1.2. Elaborarea sistemelor haotice de ecuații diferențiale și a conexiunii dintre complexitate algebrică și haos	7
1.3. Legătura dintre fractalitatea în spațiul fazelor și haos, și discretizarea ecuației Navier-Stokes	10
Bibliografie capitol	12
2. Necesitatea fractalității și a Teoriei Relativității de Scară, și dezvoltarea unui model de tranziție de scară	15
2.1. Conexiunea dintre fractalitate și Relativitatea de Scară	15
2.2. Modelul modificat β -constant de tranziție de scară	18
Bibliografie capitol	20
3. Implicații teoretice a multifractalității atmosferei	21
3.1. Scenariul laminar multifractal	21
3.2. Apariția spontană a forțelor în cadrul scenariului laminar multifractal	22
3.3. Scenariul hidrodinamic laminar conductiv	24
Bibliografie capitol	26
4. Considerente practice de analiză atmosferică și rezultatele experimentale a teoriilor multifractale și scalare	27
4.1. Platforma lidar	27
4.2. Analiza laminară	29
4.3. Analiza straturilor duble	31

Bibliografie capitol	33
5. Limita aplicabilității și a validității teoriilor stohastice ale atmosferei	35
5.1. Aditivi conservativ-pasivi și ipoteza Tatarski	35
5.2. Conexiunea dintre neomogenitate, entropie și haos, și verificarea experimentală a ipotezei lui Tatarski	38
Bibliografie capitol	41
Concluzie	42
Listă de lucrări	43
Listă de participări conferințe	44
Listă de stagii în străinătate	45

Introducere

Această teză se concentrează pe studiul dinamicii haosului și al modelelor multifractale și semi-stohastice ale structurilor atmosferice, cu scopul de a contribui la înțelegerea și predicția comportamentului atmosferic. Se evidențiază faptul că există neclarități în unele noțiuni teoretice și există o diviziune între teorie și practică în studiile atmosferice. Prin urmare, această lucrare abordează multiple aspecte teoretice și propune metode de conectare a acestora cu date experimentale. Se afirmă că turbulența atmosferică este un fenomen haotic neliniar și nealeatoriu, iar lungimea scării de timp este importantă pentru a aproxima corect mărimea turbulenței. De asemenea, se sugerează că există elemente haotice minim-complexe în ecuațiile care descriu atmosfera și că acestea pot fi identificate și monitorizate. De exemplu, hărți haotice discontinue pot fi utilizate pentru a simplifica ecuațiile complexe precum ecuațiile Navier-Stokes.

Prin sublinierea importanței abordării multifractale în studiul atmosferei, se produc rezultate teoretice valide și se confirmă predicțiile experimentale în cazul condițiilor inițiale turbulente. De asemenea, se prezintă un model iterativ scalar bazat pe relații de tranziție de scară, care este utilizat pentru diverse aplicații. Apoi, este expusă apariția spontană a ruperilor de simetrie în câmpurile de potențial multifractal al curgerilor atmosferice, în special în cazul condițiilor inițiale laminare. Aceasta poate fi mecanismul de tranziție de la curgere laminară la curgere turbulentă. Se explorează, de asemenea, formarea structurilor de tip canal laminar și se sugerează existența unei relații de tip densitate de curent de masă pentru aceste entități atmosferice.

De asemenea, se utilizează teoriile prezentate anterior în aplicații telemetrice pentru a valida și confirma aceste teorii. Sunt identificate canale laminare atmosferice și se observă stratificarea structurilor atmosferice date de conducție masivă multifractală. Se discută, de asemenea, limitele posibile ale acestor aplicații și se propun direcții suplimentare de validare. În final, se examinează diverse metode stohastice pentru analiza atmosferei și se clasifică ipotezele și condițiile care permit conectarea diferiților parametri atmosferici. Se demonstrează că aceste teorii sunt complet valabile doar pentru intervale temporale foarte scurte, ceea ce este confirmat de date meteorologice cu rezoluție temporală ridicată.

Pentru a detalia conținutul acestei teze, în cele ce urmează se vor enumera și explica cele cinci capitole ale tezei. În Capitolul 1 sunt explicate multe din noțiunile teoretice care vor fi folosite în cadrul acestei teze, stabilindu-se relații între noțiuni fundamentale și efectuându-se o analiză inițială a ecuației Navier-Stokes. În Capitolul 2, teoria Relativității de Scară este detaliată și aplicată atmosferei, iar consecințele acestei

aplicații sunt explorate, de asemenea dezvoltându-se un model iterativ de tranziție a scărilor turbulente atmosferice. Capitolul 3 dezvoltă teoriile multifractale expuse în Capitolul 2, conținând o aplicare a acestor teorii în cadrul unui scenariu atmosferic multifractal laminar în care se constată apariția spontană a forțelor de tranziție de la laminar la turbulent. În cadrul Capitolului 4, se folosesc dezvoltările teoretice anterioare pentru a crea metode experimentale telemetrice, în particular utilizând date obținute de platforme de tip lidar și ceilometru localizate în România. În final, Capitolul 5 tratează metode stohastice de analiză atmosferică, în care sunt investigate limitele aplicabilității acestora, și în care se dezvoltă și se verifică o conexiune între neomogenitate, entropie, și haos, cu importante consecințe practice.

Capitolul 1: Elemente de dinamică nelineară și implicațiile acestora în studiul atmosferei

1.1 Generalități

În acest capitol, se stabilesc majoritatea fundamentelor teoretice care urmează să fie folosite în această lucrare. Acestea implică discuția noțiunilor fundamentale de „nelinearitate”, „haos”, „stohasticitate”, și „soliton”, precum și elaborarea conexiunii dintre complexitate algebrică și haos. În final, legătura dintre fractalitatea în spațiul fazelor și haos este explicată, împreună cu o analiză premergătoare a ecuației Navier-Stokes, și o metodă de a o discretiza. Toate aceste noțiuni și dezvoltări teoretice vor fi însoțite de numeroase exemple, explicații și ecuații. Acest capitol conține și rezultate originale ale autorului acestei teze care au fost publicate în jurnale de specialitate [1] [2].

Este importantă stabilirea unei definiții riguroase a unui sistem nelinear – astfel, mai întâi, trebuie descrisă într-un mod mai concret ce se înțelege prin noțiunea de „linear”: o funcție lineară va satisface mereu proprietățile de aditivitate și omogenitate. Sau, o funcție f este lineară dacă și numai dacă [3] [4]:

$$f(x + y) = f(x) + f(y) \quad (1)$$

și:

$$f(\alpha x) = \alpha f(x) \quad (2)$$

Aditivitatea implică omogenitate pentru $\alpha \in Z$, și în cazul funcțiilor continue, pentru $\alpha \in R$. Pentru un α complex, aditivitate nu implică omogenitate – în orice caz, aceste două condiții sunt adeseori combinate prin principiul de superpoziție:

$$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y) \quad (3)$$

Astfel, orice funcție care nu satisface această proprietate se numește nelineară, și orice ecuație care conține:

$$f(x) = C \quad (4)$$

este nelineară dacă f este nelinear, unde C este constant.

Noțiunile precum „haos”, „aleatoriu”, „stohastic”, în contextul turbulenței atmosferice, sunt analizate în această teză pentru a scoate în evidență caracterul complex al atmosferei, aceasta fiind turbulentă, haotică, aparent aleatorie dar cu un caracter care manifestă memorie și autoorganizare. Atmosfera nu poate fi înțeleasă decât prin cuplarea acestor noțiuni. În cadrul tezei se discută în detaliu, de asemenea, și despre metode fractale și multifractale, dar există o legătură directă între fractalitate și haos. Un nou concept adăugat în ultimii ani „arsenalului” științei neliniare este cel al „atractorului straniu”:

Edward Lorenz a descoperit mai întâi noțiunea, iar mai târziu Ruelle și Takens au dezvoltat-o ca un concept fundamental în teoria dinamicii sistemelor disipative [5] - ei au propus ideea că turbulența ar putea fi descrisă de atractori stranii, care a continuat apoi să aibă un impact larg [5].

1.2 Elaborarea sistemelor haotice de ecuații diferențiale și a conexiunii dintre complexitate algebrică și haos

Privind originea unor astfel de fractali, studiile lui Lorenz trebuie aduse în discuție în continuare. Sistemul Lorenz a fost derivat inițial dintr-o aproximare Oberbeck-Boussinesq a atmosferei – deci, un sistem incompresibil mecanic dar compresibil termic. Obținerea ecuațiilor se bazează pe dezvoltarea unei curgeri bidimensionale de fluid de adâncime uniformă H , cu o diferență de temperatură impusă ΔT , sub forța gravitațională g , cu flotabilitate α , difuzivitate termică κ și vâscozitate cinematică ν :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2 \phi) = \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \psi) + \nu \nabla^2 (\nabla^2 \phi) + g \alpha \frac{dT}{dx} \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \kappa \nabla^2 T + \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6)$$

unde ψ este o funcție de flux, definită astfel încât componentele vitezei $u = (u, w)$ ale mișcării fluidului sunt [6]:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, w = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7)$$

Lorenz a observat faptul că soluții periodice de forma:

$$\psi = \psi_0 \sin\left(\frac{\pi ax}{H}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (8)$$

cresc pentru numere Rayleigh mai mari decât o valoare critică, $Ra > Ra_c$ [6]. Lorenz a inclus termenii X, Y, Z unde X este proporțional cu intensitatea convectivă, Y cu diferența de temperatură dintre curenții descendenți și ascendenți, și Z cu diferența de profil vertical de temperatură față de liniaritate în sistemul său de ecuații:

$$\dot{X} = \sigma(Y - X), \dot{Y} = -XZ + rX - Y, \dot{Z} = XY - bZ \quad (9)$$

Astfel, sistemul Lorenz a fost creat, în care:

$$\sigma \equiv \frac{\nu}{\kappa} = \text{numărul Prandtl} = Pr \quad (10)$$

$$r \equiv \frac{Ra}{Ra_c} = \frac{\text{numărul Rayleigh}}{\text{numărul Rayleigh critic}} \quad (11)$$

iar b este un factor geometric. În ceea ce privește numărul Rayleigh:

$$Ra = \frac{\text{scară temporală a transportului termal prin difuzie}}{\text{scară temporală a transportului termal prin convecție}} = Gr \cdot Pr \quad (12)$$

iar Gr , numărul Grashof, este:

$$Gr = \frac{\text{flotabilitate}}{\text{viscozitate}} \quad (13)$$

Aceste constante apar din adimensionalizarea ecuației Navier-Stokes. Lorenz a folosit inițial parametrii $b = 8/3, \sigma = 10, r = 28$, punctul incipient al haosului fiind la $r \gtrsim 24.74$ [7]. Dacă $r < 0$, atunci există un singur punct de echilibru, care apare la origine - aceasta corespunde cu lipsa convecției. Cu parametrii aleși, obținem o dimensiune fractală $D_F \cong 2.06$ [7], iar în timp ce punctele critice la $(0, 0, 0)$ nu corespund convecției, punctele critice la $(\sqrt{b(r-1)}, \sqrt{b(r-1)}, r-1)$ corespund convecției constante.

Atractorul Lorenz a fascinat mediul academic al domeniilor haosului și neliniarității tocmai pentru că este un sistem relativ simplu: fiind compus din trei ecuații diferențiale de ordinul întâi și având doar trei parametri, nu este complicat dintr-o perspectivă algebrică, dar având în vedere bogăția de conținut care se poate accesa atunci când se investighează astfel de sisteme, apare o întrebare firească: este posibil să redefinim sistemele ca ecuații care conțin doar un parametru diferențiabil și este posibil să construim o ierarhie a unor astfel de ecuații? Pentru a răspunde la această întrebare, trebuie luat în considerare faptul că, în toate aceste sisteme haotice relativ simple, ni se prezintă trei ecuații diferențiale ordinare de ordinul întâi, al căror echivalent ar fi o singură ecuație diferențială ordinară de ordinul trei [8]. Aceasta se numește ecuație „jerk”, care este în general de forma:

$$\ddot{x} = f(\ddot{x}, \dot{x}, x) \quad (14)$$

unde „jerk”-ul, în general, este a treia derivată a poziției în raport cu timpul. Având în vedere că sistemele ilustrate anterior s-au dovedit a fi unele dintre cele mai simple sisteme de ecuații diferențiale posibile care produc haos, ne-am aștepta ca jerk-ul să fie cea mai mică derivată de poziție posibilă pentru care o ecuație diferențială obișnuită cu funcții continue netede poate prezenta haos [9]. Orice ecuație diferențială ordinară explicită poate fi prezentată sub forma unui sistem de ecuații diferențiale ordinare cuplate de ordinul întâi, dar inversul nu este întotdeauna adevărat. Totuși, atât sistemele Lorenz, cât și cele Rössler pot fi scrise sub formă de jerk [9]:

$$\ddot{x} + \left(1 + \sigma + b - \frac{\dot{x}}{x}\right)\dot{x} + \left[b(1 + \sigma + x^2) - (1 + \sigma)\frac{\dot{x}}{x}\right]\dot{x} - b\sigma(r - 1 - x^2)x = 0 \quad (15)$$

și:

$$\ddot{y} + (c - a)\dot{y} + (1 - ac)\dot{y} + cy - b - (\dot{y} - ay)(\dot{y} - ay + y) = 0 \quad (16)$$

Ambele ecuații, deși funcționale, sunt destul de greu de manevrat – un studiu a arătat, totuși, că toate cele 18 sisteme haotice menționate anterior pot fi reprezentate într-o manieră similară, cu ecuații jerk de complexitate crescândă [10]. Cel mai simplu dintre acestea este:

$$\ddot{x} + a\dot{x} - \dot{x}^2 + x = 0 \quad (17)$$

care este haotic pentru $a = 2.02$ și pentru $x(0) = 5$, $\dot{x}(0) = 2$ și $\ddot{x}(0) = 0$, prezentând cel mai mare exponent Lyapunov egal cu 0.0486 [9] [10]. Acum, dacă se acceptă că formele pătratice sunt cele mai simple forme neliniare posibile, iar jerk-ul este cea mai mică derivată pentru care apare haosul în astfel de sisteme, atunci ecuația anterioară trebuie să fie sistemul haotic continuu cel mai simplu din punct de vedere algebric. Orice polinom cu mai puțini termeni nu ar avea parametri ajustabili, limitând gama posibilelor sale dinamici – de fapt, s-a dovedit destul de riguros că nu poate exista un sistem haotic mai simplu [11].

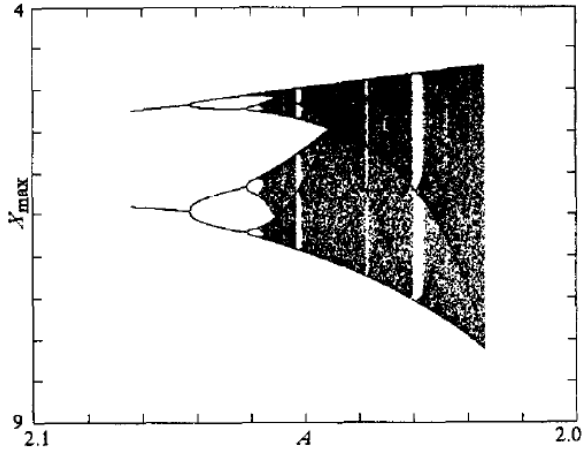


Fig. 1.1: Diagrama de bifurcații a sistemului minimal haotic disipativ – a se observa asemănările cu harta logistică. Plot extras din Sprott 1996.

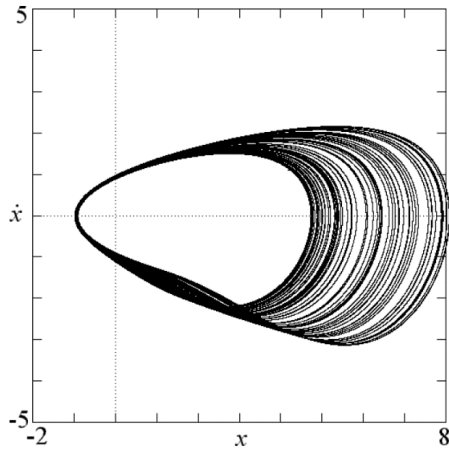


Fig. 1.2: Perspectivă stereoscopică a atracteurului produs de sistemul minimal haotic disipativ. Plot extras din Sprott 2000.

Pentru a dat, exponenții Lyapunov sunt $\lambda = 0.055, 0, -2.072$, care prin conjectura Kaplan-Yorke ne pot ajuta să calculăm dimensiunea atracteurului ecuației minim haotice [12].

1.3 Legătura dintre fractalitatea în spațiul fazelor și haos, și discretizarea ecuației Navier-Stokes

Un fapt interesant este că atracteurul produs de sistemul minimal haotic disipativ este aproape identic ca formă cu o bandă Möbius – acest rezultat este natural având în vedere atât haoticitatea, cât și complexitatea minimală a ecuației anterioare, deoarece banda Möbius este cea mai simplă suprafață neorientabilă posibilă. În plus, se știe că fiecare suprafață neorientabilă conține o bandă Möbius. Apare atunci o analogie: având în vedere natura acestei ecuații, se poate afirma din structura ecuației haotice minim complexe că există un „operator haotic” de forma:

$$\frac{d^3}{dx^3} + 2.02 \frac{d^2}{dx^2} - \left(\frac{d}{dx}\right)^2 + 1 \quad (18)$$

Apoi, având în vedere acest lucru, se poate presupune că acest operator va transmite universal comportamentele caracteristice ale haosului oricărui sistem $S(x)$, astfel încât indiferent de forma lui $S(x)$, sistemul:

$$\frac{d^3 S(x)}{dx^3} + 2.02 \frac{d^2 S(x)}{dx^2} - \left[\frac{dS(x)}{dx}\right]^2 + S(x) = 0 \quad (19)$$

va fi haotic.

De fapt, rezolvarea sistemului pentru a obține funcții Green, astfel încât să se construiască un operator invers, este extrem de dificilă având în vedere termenul nelinier adăugat. Unele soluții ar putea exista, dat fiind faptul că chiar și sistemul Lorenz poate fi rezolvat exact prin metode de perturbare a homotopiei [13] [14].

Cu aceste considerente teoretice luate în considerare, dificultatea analizei turbulenței atmosferice este evidentă, totuși noțiunile discutate anterior pot, paradoxal, simplifica chiar și cele mai complicate fundamente matematice ale dinamicii atmosferice. Ecuația Navier-Stokes a fost menționată de mai multe ori în segmentele precedente, iar în următorul segment se va demonstra o metodă pentru simplificarea parțială a acesteia prin transformarea acesteia într-o hartă discontinuă haotică. Această ecuație, numită după Claude-Louis Navier și George Gabriel Stokes, descrie mișcarea substanțelor fluide vâscoase [15]. Această ecuație de echilibru provine din aplicarea celei de-a doua legi a lui Isaac Newton în cazul mișcării fluidului, împreună cu presupunerea că stresul din fluid este

suma unui termen vâscos difuzor, proporțional cu gradientul vitezei, și a unui termen de presiune - prin urmare descriind fluxul vâscos. Ecuația Navier–Stokes, în forma ei completă și simplificată, poate fi folosită pentru a modela, cu sau fără anumite grade de aproximare, majoritatea fenomenelor turbulente descrise mai sus.

Forma completă a ecuației generale compresibile Navier-Stokes pentru un fluid izotrop este:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\frac{1}{3}\mu + \mathcal{K}\right) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \rho \mathbf{a} \quad (20)$$

unde ρ este densitatea fluidului, $\frac{D}{Dt}$ este derivata materială, p este termenul de presiune, μ este vâscozitatea dinamică și \mathcal{K} este vâscozitatea de dilatație. Desigur, dacă considerăm că fluidul este incompresibil:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (21)$$

astfel:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{u} \quad (22)$$

Trebuie menționat că aproximația incompresibilă, deși este perfect viabilă pentru multe lichide, poate fi incompletă în anumite scenarii atmosferice - totuși, în general, aproximarea este valabilă pentru fluxurile în care numărul Mach $M = \frac{u}{c} \ll 1$.

Dificultatea teoretică asociată ecuațiilor Navier-Stokes, și a altor ecuații asociate curgerilor turbulente atmosferice, se datorează în mod direct complexității discutate anterior care reiese din astfel de ecuații în mod natural sub forma haosului. Totuși, în perspectiva discuțiilor anterioare legate de sisteme haotice, este posibil să utilizăm aceste complexități în avantajul nostru – astfel, la fel cum orice sistem de ecuații diferențiale poate fi proiectat sub forma unor ecuații continue de tip jerk, la fel și o ecuație diferențială continuă poate fi proiectată pe o hartă discontinuă. În cele ce urmează, se va da ca exemplu o proiecție Galerkin a ecuațiilor adimensionale Navier-Stokes, în care este posibil să scriem un mod Fourier cu viteză arbitrară a acestor ecuații cu ecuația iterativă:

$$a_{n+1} = 4(1 - Re^{-1}\tau|\mathbf{k}|^2)a_n(1 - a_n) = r a_n(1 - a_n) \quad (23)$$

care este echivalentă cu harta logistică, unde Re este numărul lui Reynolds, τ este un parametru de pas de timp și \mathbf{k} este un număr de undă asociat cu descompunerea câmpului de viteză [1].

În urma calculelor și a considerentelor teoretice expuse în teză, se construiește următoarea ecuație:

$$a_{i+1} = 4 \left[1 - l_n^2 \left(\frac{l_d^{\frac{7}{4}}}{u_d l_0^{\frac{7}{3}}} \right) \right] a_i (1 - a_i) \quad (24)$$

cea ce implică un r cu rezultate bune, previzibile, care se conformează comportamentului hărții logistice standard [2]. Termenul u_d în sine poate fi modelat printr-o procedură de vortex multifractal care necesită o scară minimă de turbulente – această metodă va fi explorată într-un alt segment al lucrării [2]. Adimensionalitatea rezultatului final nu este afectată, deoarece vortexul multifractal utilizat pentru a obține u_d este de asemenea adimensional. Având în vedere legătura dintre harta logistică și modelele la scară de turbulență atmosferică, abordarea este destul de nouă. Totuși, chiar și în ceea ce privește legătura dintre harta logistică și studiile de turbulență atmosferică, nu există o literatură extinsă - Frisch a descoperit că o expresie matematică similară cu harta logistică ar putea fi considerată „ecuația Navier-Stokes a săracului” [16]. Alte câteva studii au explorat, de asemenea, legătura dintre harta logistică și ecuațiile care descriu turbulența bidimensională [17] [18].

În concluzie, teoriile propuse în acest capitol sugerează că turbulența atmosferică este un fenomen haotic neliniar, dar nealeatoriu, cu cazuri în care diferite aproximări par promițătoare și altele când orice aproximare pare nefavorabilă. Se constată că, în cele mai multe cazuri, lungimea scării de timp utilizate este importantă pentru aproximarea corectă a unei mărimi turbulente și că multe concepte aparent opuse, cum ar fi ordinea solitonică și haosul spațiului de fază, pot coexista în sistemele turbulente. De asemenea, s-a ajuns la concluzia că până și cele mai simple reduceri ale sistemelor atmosferice complexe, cum ar fi sistemul Lorenz fără difuzie, sunt în mod inerent haotice, iar conceptul de „haos minim”, cel puțin sub constrângerile general acceptate asupra a ceea ce se presupune că ar reprezenta haosul, nu este doar plauzibil ci și necesar. În cele din urmă, a fost efectuată o analiză teoretică a legăturii dintre haos și fractalitatea spațiului de fază și s-a explicat că ubicuitatea hărților haotice discontinue poate fi de fapt folosită în avantajul nostru, pentru a transforma ecuații continue complexe precum ecuațiile Navier-Stokes în sisteme discontinue simple precum harta logistică.

Bibliografie capitol

- [1] **Roșu, Iulian-Alin**, et al. „Towards Possible Laminar Channels through Turbulent Atmospheres in a Multifractal Paradigm.” *Atmosphere* **12.8** (2021).
- [2] **Roșu, Iulian Alin**, et al. „Multifractal Model of Atmospheric Turbulence Applied to Elastic Lidar Data.” *Atmosphere* **12.2** (2021).
- [3] „Explained: Linear and nonlinear systems.” MIT News.
<https://news.mit.edu/2010/explained-linear-0226>. Accesat la data de 21/04/2023.

- [4] „*Nonlinear systems, Applied Mathematics*”. University of Birmingham. <https://www.birmingham.ac.uk/research/activity/mathematics/applied-maths/nonlinear-systems.aspx>. Accesat la data de 10/04/2023.
- [5] Ruelle, David, and Floris Takens. „*On the nature of turbulence.*” Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg-RCP25 **12** (1971).
- [6] Tabor, M. „*Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics: An Introduction, Wiley Interscience.*” *Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics: An Introduction* (1989).
- [7] Grassberger, Peter, and Itamar Procaccia. „*Measuring the strangeness of strange attractors.*” *Physica D: nonlinear phenomena* **9.1-2** (1983).
- [8] Chlouverakis, Konstantinos E., and J. C. Sprott. „*Chaotic hyperjerk systems.*” *Chaos, Solitons & Fractals* **28.3** (2006).
- [9] Sprott, Julien C. „*Elegant chaos: algebraically simple chaotic flows.*” World Scientific (2010).
- [10] Eichhorn, Ralf, Stefan J. Linz, and Peter Hänggi. „*Transformations of nonlinear dynamical systems to jerky motion and its application to minimal chaotic flows.*” *Physical Review E* **58.6** (1998).
- [11] Fu, Zhang, and Jack Heidel. „*Non-chaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems.*” *Nonlinearity* **10.5** (1997).
- [12] Kaplan, J. L. „*Chaotic Behavior of Multidimensional Difference Equations in functional Differential Equations and Approximation of Fixed Points.*” *Lecture notes in mathematics* **730** (1979).
- [13] Kudryashov, Nikolay A. „*Analytical solutions of the Lorenz system.*” *Regular and Chaotic Dynamics* **20** (2015).
- [15] McLean, Doug. „*Understanding aerodynamics: arguing from the real physics.*” John Wiley & Sons (2012).
- [16] Frisch U. „*Turbulence The Legacy of A.N. Kolmogorov.*” Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [17] Pulliam, Thomas H., and John A. Vastano. „*Transition to chaos in an open unforced 2D flow.*” *Journal of Computational Physics* **105.1** (1993).

[18] McDonough, J. M., and M. T. Huang. „*A ‘poor man’s Navier–Stokes equation’: derivation and numerical experiments—the 2-D case.*” *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **44.5** (2004).

Capitolul 2: Necesitatea fractalității și a Teoriei Relativității de Scară, și dezvoltarea unui model de tranziție de scară

2.1 Conexiunea dintre fractalitate și Relativitatea de Scară

În acest capitol, se explică fundalul teoretic din spatele teoriei Relativității de Scară, aplicând această teorie în cazul atmosferei și explorând legătura dintre această teorie și multifractalitatea entităților atmosferice. De asemenea, se dezvoltă un model iterativ de tranziție de scară pentru a explica evoluția acestor entități atmosferice într-un scenariu turbulent, stabilind limitele matematice și practice ale acestui model. Acest capitol conține și rezultate originale ale autorului acestei teze care au fost publicate în jurnale de specialitate [1] [2] [3].

În multe cazuri, modelele folosite pentru a descrie dinamicile atmosferice sunt construite printr-o combinație de teorii fizice și simulări numerice - în timp ce descrierea dinamicilor atmosferice implică simulări computaționale bazate pe anumiți algoritmi, dezvoltările teoretice implică diverse clase de modele. Acestea pot fi modele diferențiabile, și modele nediferențiabile cu entități fractale. Totuși, o nouă clasă de modele au început recent să capete proeminență, acestea fiind bazate pe teorii dependente de rezoluție de scară [4] [5]. În această clasă de modele, presupunând că atmosfera este asimilată, structural și funcțional, obiectelor multifractale, dinamicile acesteia pot fi descrise prin mișcarea entităților pe curbe continue dar nediferențiabile.

Într-un astfel de cadru, orice variabilă (câmpuri de densitate, câmpuri de viteză, și altele) utilizată în descrierea de dinamici va depinde atât de coordonate spațiale și de coordonate temporale cât și de rezoluție de scară. Mai precis, în loc de a opera cu variabile descrise prin funcții matematice strict nediferențiabile, este posibil să operăm cu aproximații ale acestor funcții, obținute prin medierea la diferite rezoluții de scară. În consecință, orice variabilă va funcționa ca limita unei familii de funcții matematice, acestea fiind nediferențiabile pentru rezoluții de scară nule și diferențiabile pentru rezoluții de scară nenule [6] [7].

Prin aceste concluzii teoretice, se emite ipoteza faptului că există un câmp de viteze complex care descrie dinamicile atmosferice, care se notează:

$$\hat{V}^l = \frac{\hat{d}X^l}{dt} = V_D^l - iV_F^l, i = \sqrt{-1} \quad (25)$$

unde:

$$V_D^i = \frac{1}{2} \frac{d_+ X^i + d_- X^i}{dt} \quad (26)$$

$$V_F^i = \frac{1}{2} \frac{d_+ X^i - d_- X^i}{dt} \quad (48)$$

Partea reală, V_D^i , este diferentiabilă și independentă de rezoluția de scară, iar partea imaginară, V_F^i , este nediferentiabilă și dependentă de rezoluție de scară.

În general, aceste comportamente multifractale ale atmosferei pot fi dezvoltate în două cazuri, presupunând mai întâi condiții tipice turbulente, caz în care rezultatul este un vortex multifractal care poate fi descris și cuantificat, și apoi presupunând condiții inițial laminare, caz în care se găsește faptul că multifractalitatea implică ruperi spontane de simetrie în câmpul energiei potențiale a fluidului multifractal. Folosind aceste noțiuni legate de multifractalitatea curgerii turbulente atmosferice, cuplate cu diverse corelări dintre disiparea energiei turbulente și scări turbulente inițiale și minime, este posibil să se folosească o versiune modificată a modelului β pentru a calcula diverși parametri – acest model este validat prin date lidar și comparații cu literatura existentă din domeniu [2] [8].

Pentru cazul inițial turbulent, în urma calculelor expuse în teză se dezvoltă acest sistem de ecuații, în coordonate plane adimensionale și cu condiții nule la limită [2]:

$$U = \frac{1.5}{(v\xi)^{\frac{1}{3}}} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] \quad (27)$$

$$V = \frac{1.9}{(v\xi)^{\frac{1}{3}}} \left\{ \frac{\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] - \tanh \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] \right\} \quad (28)$$

unde ξ și η sunt coordonate spațiale adimensionale, U și V sunt component adimensionale ale câmpului de viteză de-a lungul axelor $O\xi$ și $O\eta$, iar v este gradul de multifractalizare. Aici se obține vortexul minimal [2] [3]:

$$\begin{aligned} \Omega = (\partial_\eta U - \partial_\xi V) &= \frac{0.57\eta}{(v\xi)^2} + \frac{0.63\xi}{(v\xi)^{\frac{4}{3}}} \tanh \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] + \frac{1.9\eta}{(v\xi)^2} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] - \\ &- \frac{0.57\eta}{(v\xi)^2} \tanh^2 \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] - \left[\frac{1.5}{v\xi} + \frac{1.4\eta}{\xi(v\xi)^{\frac{5}{3}}} \right] \operatorname{sech}^2 \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] \tanh \left[\frac{0.5\eta}{(v\xi)^{\frac{2}{3}}} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Astfel, Ec. (27) și (28) sunt responsabile de producția structurilor turbulente la rezoluții de scară nediferențabile [2]. Deși aceste structuri nu se manifestă la rezoluții de scară diferentiabilă, acestea se pot manifesta la aceeași scară prin ruperi spontane ale invarianței de scară. În Fig. 2.1 sunt prezentate atât dependențele câmpurilor de viteze $U = U(\xi, \eta, v \equiv 1)$, $V = V(\xi, \eta, v \equiv 1)$ cât și al câmpului vortexului minimal $\Omega = \Omega(\xi, \eta, v \equiv 1)$. Atât câmpurile de viteze cât și cel al vortexului minimal se modifică radical în funcție de gradul de multifractalitate [2].

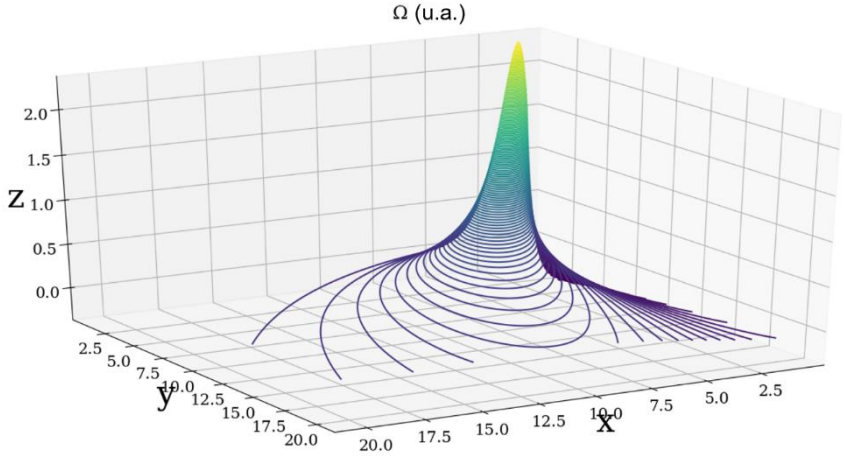


Fig. 2.1: Vortexul multifractal obținut prin Ec. (29); $\nu = 1$.

Acum, putem aplica aceleași teorii pentru dinamici non-rotaționale laminare ale entităților atmosferice, și într-un astfel de caz, câmpul de viteză multifractal poate fi rescris în modul următor:

$$\hat{V}^i = -2i\lambda(\mu)\partial^i \ln\Psi \quad (30)$$

unde Ψ este o funcție de stare.

Se implică sistemul de ecuații hidrodinamice multifractale:

$$\partial_t V_D^i + V_D^j \partial_r V_D^i = -\partial^i Q \quad (31)$$

$$\partial_t \rho + \partial_r(\rho V_D^r) = 0 \quad (32)$$

unde Q definește potențialul specific multifractal:

$$Q = -2\lambda^2(\mu) \left(\frac{\partial^r \partial_r \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) = -V_F^i V_F^i - \frac{1}{2} \lambda(\mu) \partial_r V_F^i \quad (33)$$

Ec. (31) este legea conservării impulsului specific multifractal, iar Ec. (32) este legea de conservare a densității de stări multifractală. Potențialul specific multifractal implică existența forței specifice multifractale:

$$G^i = -2\lambda^2(\mu) \partial^i \left(\frac{\partial^r \partial_r \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) \quad (34)$$

Rezultatele obținute în urma acestor dezvoltări teoretice vor fi explicitate într-un capitol viitor.

2.2 Modelul modificat β -constant de tranziție de scară

Având în vedere rezultatele de mai sus, în cele ce urmează vom construi modelul modificat β -constant de tranziție de scară pentru descrierea dinamicilor atmosferice. În contextul introducerii acestui model, noțiuni de tranziții de scară, pe lângă cele de rupere spontane de simetrie, devin relevante și fundamentale în înțelegerea dinamicilor atmosferice. Astfel, vom folosi o relație de tranziție de scală pentru a construi o măsură pentru modificarea modelului β -constant – în acest scop, vom prezenta unele rezultate obținute într-o lucrare anterioară [1].

Pentru a construi acest model, se operează cu noțiuni de rezoluție de scară, astfel se funcționalizează astfel operatorul de dilatare sau contracție:

$$\widehat{D} = \frac{\partial}{\partial \ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)} \quad (35)$$

Se constată faptul că variabila naturală a rezoluției de scară este $\ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)$. Într-un astfel de context:

$$\frac{\partial F(x, \varepsilon)}{\partial \ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)} = 0 \quad (36)$$

corespunde cu invarianța simetriei de scală, în timp ce:

$$\frac{\partial F(x, \varepsilon)}{\partial \ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)} \neq 0 \quad (37)$$

corespunde cu ruperea spontană de simetrie. Alegând ca parametru multifractal chiar scara turbulentă, se constată în conformitate cu [9] că:

$$l_n(n, s) = l_0 2^{-ns^2} \quad (38)$$

Este posibilă, deci, observarea faptului că, prin dependența de rezoluție de scară se poate controla viteza de contracție a scârilor turbulente succesive. Acum, pentru modelul tipic fără s , se presupune că disiparea energiei este distribuită uniform pe vortexuri fractal omogen-dimensionale [10]. Definind n_{l_0} ca numărul total de stagii în cascada energetică dată:

$$l_n(n_{l_0}) \equiv l_d \quad (39)$$

conform modelului β care nu conține rezoluția de scară, se găsește:

$$n_{l_0} = -\log_2\left(\frac{l_d}{l_0}\right) \quad (40)$$

Rezultatul este că modelul presupune că fiecare vortex are o scară caracteristică care este exact jumătate din scara vortexului precedent. Asta plasează o limită artificială asupra numărului mediu de bifurcații pe stagi N (sau, numărul de vortexuri noi care apar pentru

fiecare vortex precedent); în modelul β tipic, raportul de reducere a volumului este dat de ecuația:

$$\beta = \frac{Nl_{n+1}^3}{l_n^3} \quad (41)$$

În mod logic, β este obligatoriu mai mic ca 1 având în vedere faptul că are loc o reducere a volumului. În schimb, prin definiția evoluției scărilor se obține:

$$\frac{N}{8} \leq 1 \quad (42)$$

Faptul că β este constant poate fi folosit pentru a continua; dacă β este constant, raportul scalar este și el constant, așadar:

$$\frac{l_0^3}{l_1^3} = \frac{l_1^3}{l_2^3} = \dots = \frac{l_{n_{l_0}-1}^3}{l_{n_{l_0}}^3} \quad (43)$$

Putem apoi itera următoarele ecuații:

$$l_2 = \frac{l_1^2}{l_0}, l_3 = \frac{l_2^2}{l_1} = \frac{l_1^3}{l_0^2}, \dots, l_{n_{l_0}} = \frac{l_{n_{l_0}-2}^2}{l_{n_{l_0}-1}} = \frac{l_1^{n_{l_0}}}{l_0^{n_{l_0}-1}} \quad (44)$$

Este apoi posibil să deducem faptul că:

$$l_n(n) = \frac{l_1^n}{l_0^{n-1}} \quad (45)$$

ceea ce permite atât determinarea lui n_{l_0} :

$$n_{l_0} = \frac{\ln l_0 - \ln l_d}{\ln l_0 - \ln l_1} \quad (46)$$

cât și a lui β :

$$\beta = N \left(\frac{l_1}{l_0} \right)^3 \quad (47)$$

Se constată deci faptul că reducția volumică de la un stagiul la altul este guvernată de scara inițială și cea imediat precedentă în această definiție, deși aceste relații sunt echivalente cu relația de evoluție scalară care utilizează rezoluția de scară. În urma calculelor expuse în teză, se obțin relații pentru calculul disipării energiei turbulente și pentru calculul dimensiunii fractale, astfel demonstrând că modelul produce un rezultat multifractal.

În concluzie, o abordare multifractală a curgerii turbulente atmosferice este nu doar posibilă, ci și dorită, în contextul în care modificarea condițiilor inițiale ale curgerii poate produce rezultate care confirmă predicțiile experimentale ale curgerii turbulente a fluidelor și care generalizează multiple tipuri de dinamici turbulente într-un cadru multifractal. Începând de la condiții inițiale tipice ale turbulenței atmosferice, se găsește faptul că legile multifractale obținute implică de la sine existența unor unități structurale și funcționale de tip vortex; apoi, operând cu presupunerea a unei curgeri inițial laminare, aceste legi implică apariția spontană a ruperilor de simetrie în câmpul potențialului multifractal, care indică forțe care acționează spontan și imprevizibil asupra curgerii, putând

fi considerat un mecanism principal al trecerii de la o curgere laminară la una turbulentă. În final, se găsește faptul că aceste legi multifractale pot fi cuplate cu modele β ale curgerii turbulente, existând o clasă a acestor modele care pot fi generate prin relații de tranziție de scară implicate de multifractalitatea curgerii turbulente atmosferice.

Bibliografie capitol

- [1] **Roșu, Iulian Alin**, et al. „*Multifractal Model of Atmospheric Turbulence Applied to Elastic Lidar Data.*” *Atmosphere* **12.2** (2021).
- [2] **Roșu, Iulian Alin**, et al. „*On a multifractal approach of turbulent atmosphere dynamics.*” *Frontiers in Earth Science* **8** (2020).
- [3] **Roșu, Iulian Alin**, Cazacu, M. M. „*Further Developments of a Multifractal Model of Atmospheric Turbulence.*” *Buletinul Institutului Politehnic din Iasi* **66 (70)** (2020).
- [4] Nottale L. „*Scale Relativity and Fractal Space-Time: A New Approach to Unifying Relativity and Quantum Mechanics.*” Imperial College Press, London (2011).
- [5] Cresson, J. „*Fractional embedding of differential operators and Lagrangian systems.*” *Journal of Mathematical Physics* **48** (2007).
- [6] Mandelbrot, B. B. „*The Fractal Geometry of Nature.*” W. H. Freeman and Co., San Francisco (1982).
- [7] Agop, M., Paun, V.P. „*On the new perspectives of fractal theory. Fundamentals and applications, Romanian Academy Publishing House*”, Bucharest (2017).
- [8] Shupe, M. D., I. M. Brooks, and G. Canut. „*Evaluation of turbulent dissipation rate retrievals from Doppler cloud radar.*” *Atmospheric Measurement Techniques Discussions* **5.1** (2012).
- [9] Arnold, V. I. „*Mathematical Models of the Classical Mechanics*”, Technical and Encyclopedical Publishing House, Bucharest (1980).
- [10] Boffetta, Guido, A. Mazzino, and A. Vulpiani. „*Twenty-five years of multifractals in fully developed turbulence: a tribute to Giovanni Paladin.*” *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **41.36** (2008).

Capitolul 3: Implicații teoretice a multifractalității atmosferei

3.1 Scenariul laminar multifractal

În cadrul acestui capitol, teoriile multifractale expuse anterior sunt dezvoltate, găsindu-se implicații teoretice care vor fi dezvoltate în următorul capitol. Interpretând atmosfera sub un scenariu multifractal inițial laminar, se constată apariția spontană a forțelor în cadrul acestui scenariu, ceea ce poate fi interpretată ca mecanismul care asigură tranziția de la laminar la turbulent în atmosferă. De asemenea, un scenariu conductiv atmosferic este expus, care se bazează pe existența unei conductivități masice multifractale atmosferice. Acest capitol conține și rezultate originale ale autorului acestei teze care au fost publicate în jurnale de specialitate [1] [2].

În capitolul trecut, s-a introdus noțiunile de multifractalitate, relativitate de scară, și modele de tranziții, dar câteva dezvoltări și implicații teoretice ale unor detalii ale acestor noțiuni merită explicitate. Cea mai importantă implicație se află în existența unei forțe specifice multifractale care acțiunează asupra atmosferei multifractale chiar și în condiții inițiale de laminaritate, care poate fi considerată un factor declanșator a proceselor atmosferice care duc la turbulență. Dacă potențialul este constant, sau dacă următoarea condiție este satisfăcută:

$$\frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial x^2} + k^2 \sqrt{\rho} = 0 \quad (48)$$

$$k^2 = \frac{\varepsilon}{2\lambda^2(\mu)} \quad (49)$$

unde ε este o constantă de integrare cu rol de energie specifică. Într-adevăr, fie soluția Ec. (48) sub forma:

$$\sqrt{\rho} = h e^{i(kx+\Phi)} + \bar{h} e^{-i(kx+\Phi)} \quad (50)$$

unde h este o amplitudine complexă, \bar{h} este conjugata ei, Φ este o fază specifică iar x este o coordonată spațială. Deci, prin h și Φ putem balea dinamica fiecărei entități.

În urma calculelor ilustrate în teză, se produce următoarea formă a amplitudinii complexe [1]:

$$h = \frac{i[e^{2\Phi} \sin(2\Omega t) - \sin(2\Omega t) - 2ie^\Phi]}{e^{2\Phi}[\cos(2\Omega t)+1] - \cos(2\Omega t)+1} = \frac{1+ie^\Phi \tan(\Omega t)}{e^\Phi + i \tan(\Omega t)} \quad (51)$$

În Fig. 3.1 se prezintă timpul de comportament nelinier a dinamicilor atmosferice în coordonate adimensionale. Să notăm faptul că, indiferent de rezoluția de scară, dinamicile atmosferice se dovedesc a fi reducibile la structuri celulare autostructurate.

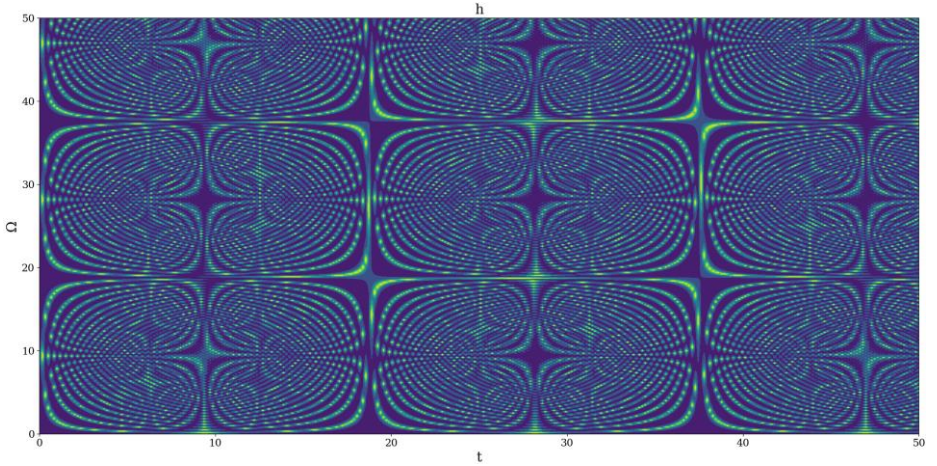


Fig. 3.1: Exemplu a unui plot 2D a lui $h(\Omega, t)$; $\Phi = 2.35$.

3.2 Apariția spontană a forțelor în cadrul scenariului laminar multifractal

Alte comportamente nelineare pot fi obținute prin expansiunea ecuației densității de stare, a potențialului multifractal și a câmpului multifractal nediferențiable. Astfel, putem rescrie Ec. (50) pe baza Ec. (51) ceea ce va produce:

$$\sqrt{\rho} = \frac{[1 - ie^{\Phi} \tan(\Omega t)] e^{-i(kx + \Phi)}}{e^{\Phi} - i \tan(\Omega t)} + \frac{[1 + ie^{\Phi} \tan(\Omega t)] e^{i(kx + \Phi)}}{e^{\Phi} + i \tan(\Omega t)} \quad (52)$$

De aici, este posibil calculul direct al lui Q și V_F în mod direct, modificând ecuațiile obținute în teză pentru a scoate în evidență rezoluția de scară $\Omega \equiv \lambda(\mu)$, ceea ce implică:

$$Q \cong -2\Omega^2 \left(\frac{\partial^r \partial_r \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) \quad (53)$$

$$V_F \cong \Omega \left(\frac{\partial^r \rho}{\rho} \right) \quad (54)$$

Apariția vârfurilor intense, anormale, pozitive și negative în topologia acestor câmpuri arată ruperi spontane de simetrie pentru ecuațiile noastre (Fig. 3.2). Acestea sunt ruperi de simetrie deoarece apariția lor violează simetria locală a câmpurilor formate de Ec. (53), și sunt spontane deoarece apar în ciuda faptului că acestea au fost dezvoltate sub presupunerea laminarității. O rupere spontană de simetrie arată astfel faptul că, la o coordonată spațială și temporală dată, și la un Ω dat, pot apărea spontan vârfuri în câmpul potențialului multifractal, ceea ce determină apariția spontană a forțelor multifractale. Astfel de forțe nu declanșează imediat haosul – de fapt, apariția treptată a acestor forțe poate fi considerată ca fiind responsabilă pentru dezvoltarea gradată a curgerilor fluidelor de la laminar la haotic,

conform secvenței de bifurcație tipice a ecuațiilor Navier-Stokes, anume *stabil* → *periodic* → *cvasiperiodic* → *haotic*.

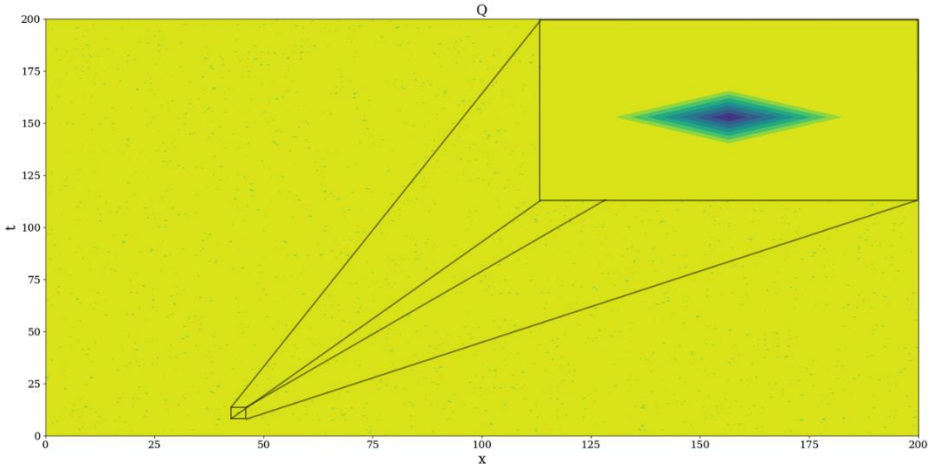


Fig. 3.2: Exemplu a unui plot 2D a $Q(x, t)$; imagine mărită a unei rupei spontane de simetrie (dreapta sus); $\Omega = 2.1$, $\Phi = 2.35$.

Acum, obiectivul este găsirea unei metode de a determina când și cum aceste rupei de simetrie au loc, iar acest lucru va fi verificat investigând variabilitatea generală a potențialului odată cu Ω . Asta poate fi efectuat verificând harta de bifurcație a neomogenității lui Q . Acum, în general, neomogenitatea totală a unui parametru într-un volum dat de fluid este [3]:

$$G = \frac{1}{2} \int \langle \vartheta'^2 \rangle dV \quad (55)$$

Totuși, date fiind condițiile noastre spațiale limitate, va fi suficientă analiza lui $\langle |Q|^2 \rangle$. Efectuând o decompziție Reynolds vom obține [5] [6]:

$$\langle |Q|^2 \rangle = \langle (|Q| - \langle |Q| \rangle)^2 \rangle \quad (56)$$

Acest parametru este apoi iterat într-o hartă de bifurcație (Fig. 3.3). Se găsește o tendință generală către stabilitate pentru punctele $\Omega = 2^n$, astfel încât distribuția neomogenității în aceste puncte e scăzută și concentrată (Fig. 3.3). Ba chiar, în aceste regiuni, potențialul este mereu constant, astfel încât $|Q|(x, t, \Omega = 2^n) = \Omega^3$ – cu un potențial real constant, se implică faptul că forța multifractală este nulă și nu se manifestă fenomene multifractale distructive care pot duce la turbulență. În același timp, sunt încă prezente variații ale câmpului lui $\sqrt{\rho}$, ceea ce poate indica faptul că în aceste puncte au loc fenomene multifractale antisincrone. Toate celelalte valori ridicate manifestă

neomogenitate crescută și concentrată, care prezintă un potențial ridicat pentru turbulență și pentru generarea forțelor multifractale.

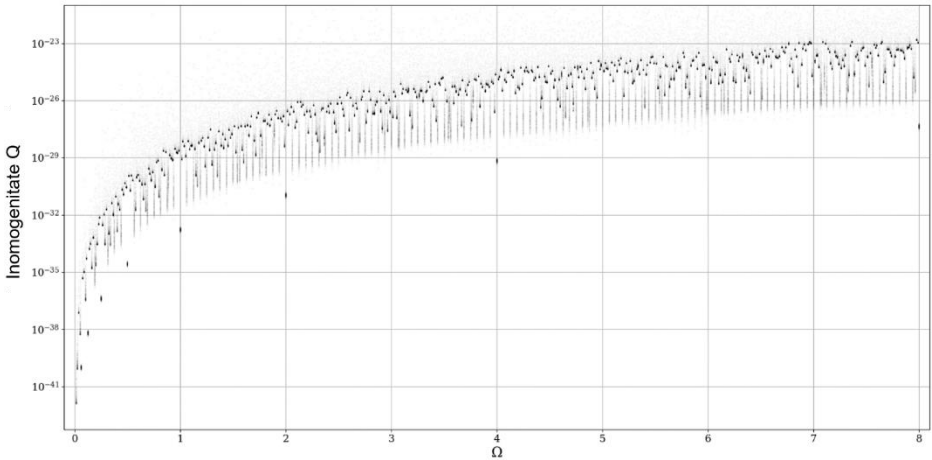


Fig. 3.3: Diagrama de bifurcație a lui $\langle |Q|^2 \rangle$.

Se observă o intermitență clară și ordonată între omogenitate, neomogenitate, și stări mixte, iar acest comportament reflectă comportamentul treptat al turbulenței atmosferice. Este importantă conștientizarea faptului că aceste hărți arată potențialul turbulenței într-o curgere dată odată cu creșterea lui Ω , dat fiind faptul că ecuațiile au ca premiză inițială laminaritatea. De asemenea, este important să remarcăm faptul cu regularitatea $|Q|(x, t, \Omega = 2^n) = \Omega^3$ există, unde dependența de tip $\Omega = 2^n$ este extrem de asemănătoare cu comportamentul de tranziție de tip β -constant explorat în capitolul trecut. Dat fiind faptul că Ω este conectat intrinsec de rezoluția de scară, este natural să existe similarități dintre rezultatele acestor ecuații și rezultatele obținute de modelele de tranziție de scară prezentate în capitolul precedent.

3.3 Scenariul hidrodinamic laminar conductiv

În ceea ce privește teoria prezentată aici, rezultatele noastre sugerează în mod clar că trecerea de la laminar la haotic ar putea proveni din surse spontane; este valabil și opusul, având în vedere corespondența dintre harta logistică și ecuația Navier-Stokes și intervalele bruște de stabilitate găsite în harta logistică în toată zona Pomeau-Manneville. Acest lucru sugerează apoi că există canale laminare în atmosferă – nu numai asta, dar entitățile celulare

liniare găsite în h implică în mare măsură că astfel de zone laminare se auto-structurează în moduri coezive și coerente în spațiu. Dovezile experimentale ale unor astfel de canale laminare vor fi prezentate într-un alt capitol al tezei. Până atunci, poate fi găsită o altă consecință operațională a fractalității – este posibil să se interpreteze ecuațiile de guvernare ale fluxului multifractal găsite anterior într-un scenariu multifractal hidrodinamic, tot cu prezumția inițială de laminaritate, pentru a obține un tip de conductivitate de masă care prezice structuri cu două straturi întâlnite în mod obișnuit în întreaga atmosferă [2].

Astfel, se presupune funcționalitatea în coordonate adimensionale a unei relații de tipul:

$$\bar{j} = \bar{\sigma} \bar{f} \quad (57)$$

unde \bar{j} este o densitate de curent masic, \bar{f} este forța multifractală, iar $\bar{\sigma}$ este o conductivitate masică, ceea ce ne permite să definim următoarele tipuri de conductivități:

- Conductivitate la rezoluții de scară diferențiabile:

$$\bar{\sigma}_D = \frac{\bar{\rho} \bar{v}}{\bar{f}} = \sqrt{1 + \theta^2 \eta^2} \frac{1 + \theta^2 \xi \eta}{\theta^2 (\xi - \eta)} e^{\left[-\mu^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{1 + \theta^2 \eta^2} \right]} \quad (58)$$

- Conductivitate la rezoluții de scară nediferențiabile:

$$\bar{\sigma}_F = \frac{\bar{\rho} \bar{u}}{\bar{f}} = \sqrt{1 + \theta^2 \eta^2} \left(\frac{\mu}{\theta} \right)^2 e^{\left[-\mu^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{1 + \theta^2 \eta^2} \right]} \quad (59)$$

- Conductivitate la rezoluții de scară globale:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\rho}(\bar{v} + i\bar{u})}{\bar{f}} = \bar{\sigma}_D + i\bar{\sigma}_F = \sqrt{1 + \theta^2 \eta^2} \left[\frac{1 + \theta^2 \xi \eta}{\theta^2 (\xi - \eta)} + i \left(\frac{\mu}{\theta} \right)^2 \right] e^{\left[-\mu^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{1 + \theta^2 \eta^2} \right]} \quad (60)$$

În acest context, deoarece parametrul θ este o măsură a gradului de multifractalitate, atunci $\varepsilon = \frac{1}{\theta}$ va funcționa ca măsura unui grad de ordonare. Celelalte simboluri sunt parametri adimensionali constanți prezentați în detaliu în teză. În aceste condiții, speciile de conductivitate în ecuațiile anterioare se modifică în modul următor:

- Conductivitate la rezoluții de scară diferențiabile:

$$\bar{\sigma}_D = \sqrt{\varepsilon^2 + \eta^2} \frac{\varepsilon^2 + \xi \eta}{\varepsilon(\xi - \eta)} e^{\left[-(\mu\varepsilon)^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{\varepsilon^2 + \eta^2} \right]} \quad (61)$$

- Conductivitate la rezoluții de scară nediferențiabile:

$$\bar{\sigma}_F = \sqrt{\varepsilon^2 + \eta^2} \varepsilon \mu^2 e^{\left[-(\mu\varepsilon)^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{\varepsilon^2 + \eta^2} \right]} \quad (62)$$

- Conductivitate la rezoluții de scară globale:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\varepsilon^2 + \eta^2} \left[\frac{\varepsilon^2 + \xi \eta}{\varepsilon(\xi - \eta)} + i\varepsilon \mu^2 \right] e^{\left[-(\mu\varepsilon)^2 \frac{(\xi - \eta)^2}{\varepsilon^2 + \eta^2} \right]} \quad (63)$$

Din dependențele găsite în aceste ecuații se găsesc următoarele:

- Conducția masică în atmosferă se petrece prin mecanisme specifice dependente de rezoluția de scară. Consecința acestui fapt este că această conducție este de tip diferențiable, nediferențiable, și global.

- Tipurile de mecanisme de conducție masică sunt simultane și reciproc condiționale, astfel crescând cu creșterea gradului de ordine.

În concluzie, aplicând teoria multifractală a mișcării entităților atmosferice printr-un scenariu multifractal hidrodinamic, a fost găsită anterior o lege de conservare multifractală care conduce la câmpuri de viteză diferențiable și nediferențiable, împreună cu un potențial implicit și un câmp de forță multifractal. Presupunând atunci că există o condiție laminară inițială, se produc structuri de auto-organizare și canale laminare, împreună cu o relație de tip densitate de curent de masă privind aceste entități. Neomogenitatea parametrilor noi este apoi analizată în ceea ce privește variația dimensiunii fractale și se constată că există anumite dimensiuni fractale în care acestea pot prezenta fluctuații și ordine. Acest lucru implică apoi că multifractalul atmosferic poate trece spontan la comportamente haotice sau laminare și că la inversiunile dimensiunii fractale pot apărea fenomene intense de conducere nediferențiable care conduc la conducerea verticală a masei și la formarea anumitor caracteristici atmosferice stabile.

Bibliografie capitol

[1] **Roșu, Iulian-Alin**, et al. „*Cellular self-structuring and turbulent behaviors in atmospheric laminar channels.*” *Frontiers in Earth Science* **9** (2022).

[2] Nica, Dragos-Constantin, **Roșu, Iulian-Alin** et al. „*Boundary Layer via Multifractal Mass Conductivity through Remote Sensing Data in Atmospheric Dynamics.*” *Fractal and Fractional* **6.5** (2022).

[3] Tatarski, V. I. „*Wave propagation in a turbulent medium.*” Courier Dover Publications (2016).

Capitolul 4: Considerente practice de analiză atmosferică și rezultatele experimentale a teoriilor multifractale și scalare

4.1 Platforma lidar

În acest capitol se explorează metode experimentale telemetrice dezvoltate prin teoriile expuse în capitolele anterioare. Particularitățile tehnice și teoretice ale acestor platforme de tip lidar și ceilometru sunt discutate, și date experimentale obținute de varii platforme de acest tip din România sunt folosite pentru a obține rezultate noi legate de trăsăturile turbulente ale atmosferei. Acest capitol conține și rezultate originale ale autorului acestei teze care au fost publicate în jurnale de specialitate [1] [2] [3] [4]. Se pot construi multe aplicații ale teoriei prezentate până acum, deoarece este posibil să se determine zone din atmosferă care prezintă comportament cvasi-laminar. Regimurile de curgere turbulente sau laminare pot fi identificate în acest mod în întreaga atmosferă, deoarece pentru anumite valori inițiale, și la anumite scări și perioade, se poate ajunge apoi la astfel de valori r (conform Ec. (23)) care caracterizează regiunile laminare ale hărții logistice, ceea ce ar presupune că, la anumite scări și altitudini, fluxul atmosferic poate prezenta în mod spontan un comportament laminar sau cvasi-laminar.

În cazul analizei din această teză, se va utiliza o platformă lidar. În termenii cei mai generali, un „lidar” este o metodă de topografie care măsoară distanța până la o țintă prin iluminarea țintei cu lumină laser pulsată și măsurarea luminii reflectate cu un senzor. Sunt multe tipuri de astfel de platforme științifice, dar cu toate acestea, toate aplicațiile lidar prezentate în această lucrare vor fi centrate în jurul celui mai simplu tip de platformă lidar: lidarul elastic și ceilometrul. Acest lucru se face din rațiuni pragmatice, pentru extinderea și explorarea posibilităților teoriilor prezentate, dar și din dorința de a deschide calea unei viitoare platforme care să combine utilitatea și aplicabilitatea tuturor platformelor menționate mai sus într-un pachet compact, ieftin și simplu. Ecuația care descrie semnalul corectat în funcție de distanță primit de o platformă lidar elastică standard la o anumită altitudine este o variantă a legii Beer-Lambert și este definită ca [5]:

$$RCS(z) = O(z)K\beta(z)e^{-2 \int_0^z \alpha(z') dz'} \quad (64)$$

unde $O(z)$ este funcția de „overlap”, iar K este o constantă asociată echipamentului. Celelalte valori, α și β reprezintă coeficienții de extincție și retroîmprăștiere atmosferică, aceștia conținând componente care cuantifică influența moleculară și aerosolică asupra măsurătorilor [6] [7].

Primul set de date de semnal corectat cu distanța (RCS) utilizate în această teză au fost obținute de la Platforma RALI Multiwavelength Raman Lidar, care face parte din Institutul Național de Cercetare și Dezvoltare în Optoelectronică (INOE) 2000 din București, România. Setul de date utilizat în acest studiu este efectuat cu o lungime de undă de 1064nm. Durata impulsului laser este de 7-9ns cu rata de repetare 10Hz. Distanța maximă cuprinde 2-15 km în funcție de transmisia atmosferei, cu o rezoluție spațială de 3.75m. Recepția conține un telescop Cassegrain de 400mm cu câmp vizual de 1.73mrad, iar achiziția sistemului are o rată de eșantionare analogică de 20MS/s și o rată de numărare de fotoni de 250Mhz. Sistemul lidar RALI a fost actualizat și testat față de alte sisteme lidar, iar rezultatele sale au fost publicate în mai multe alte studii [8] [9] [10].

O analiză a comportamentului haotic al cascadei turbulente într-un profil atmosferic poate fi apoi efectuată în următorul mod: prin obținerea l_n la altitudini date pe parcursul etapelor posibile ale profilului cu o metodă detaliată în teză care se folosește de date lidar, se obțin mai multe valori r care sunt apoi utilizate pentru a calcula exponenții Lyapunov maximi corespunzători. Acești exponenți pot fi utilizați apoi pentru a cuantifica haoticitatea etapei date a cascadei turbulente la o altitudine dată. Trebuie observat faptul că este atins un număr mai mare de etape în apropierea zonelor de stabilitate ale profilului, iar studiile noastre recente indică faptul că astfel de zone ar putea indica altitudinea stratului limită planetar (PBL) [1] [2].

O examinare atentă a profilelor va scoate la iveală ceea ce par a fi structuri ascendente sau descendente care au fost denumite anterior canale laminare, iar prezența lor este o consecință a faptului că, la anumite altitudini, parametrul r calculat prin scalele obținute de datele lidar corespund unei regiuni a hărții logistice care este caracterizată de un exponent Lyapunov negativ și apoi, la diferite altitudini și scări, această corespondență se repetă. Astfel, este posibil să se identifice canale laminare „ascendente” sau „descendente”, care pot ajuta la explicarea fenomenelor de transport atmosferic; pot fi găsite canale orizontale cu efect nedeterminat și canale concurente atât de varietate ascendentă cât și descendentă. Zonele în care canalele sunt orizontale sau concurente ar trebui să indice secțiuni stabile ale profilului, unde structurile atmosferice la acea scară și altitudine date nici nu scad, nici nu cresc în altitudine.

În studiile noastre anterioare am emis ipoteza că, deoarece cascada turbulentă se manifestă spre scara de disipare, canalele ascendente reprezintă transport vertical ascendent, iar canalele descendente arată transport vertical descendent. Astfel, este de înțeles că ar trebui făcută o analiză preliminară folosind figuri pentru a confirma orice astfel de corelații. Prima figură arată un grafic de serie temporală a profilurilor lidar luate aproximativ de la 07:00:00 PM „Universal Time Coordinated” (UTC) la 08:00:00 PM UTC

cu platforma lidar menționată anterior (Figurile 4.1). Diferite caracteristici ale atmosferei pot fi observate direct, incluzând, dar fără a se limita la, norii cirrus stratosferici, regiuni cu cantități de poluanți și PBL (Figurile 4.1).

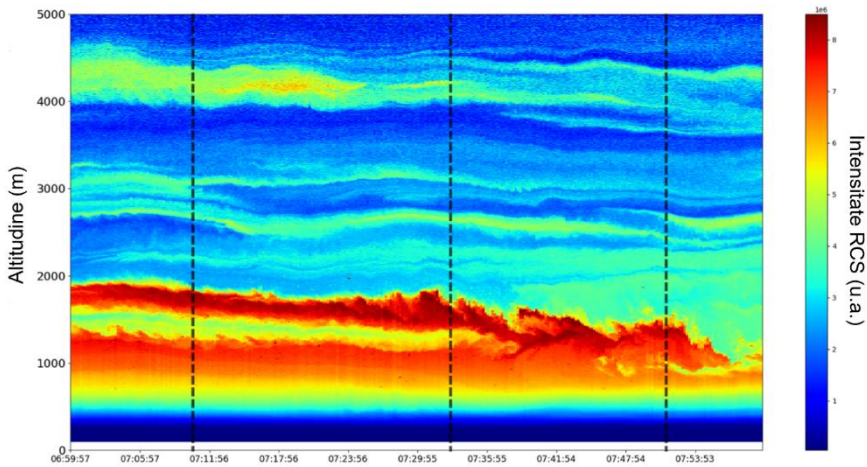


Fig. 4.1. Serie temporală RCS, București, România, 13/06/2019 (regiunea de interes).

După analiza vizuală a acestui set de date RCS, sunt alese trei puncte semnificative din seria temporală, și anume 07:10:00, 07:33:00 și 07:51:00, care vor fi denumite „punctul A”, „punctul” B”, respectiv „punctul C”. Aceste trei puncte par să fie momentele inițiale ale anumitor evoluții atmosferice care sunt cele mai vizibile, iar locația acestor evoluții și tendințe va fi determinată în mod arbitrar (Fig. 4.2-4.4). Poziția și profilurile asociate acestor trei puncte au fost delimitate consecutiv cu trei linii negre întrerupte.

4.2 Analiza laminară

În teză, mediile laminare și turbulente ale profilurilor la cele trei puncte sunt analizate în vecinătatea următoarelor altitudini: pentru punctul A, 11900m, 4500m, 4000m, 3051m, 2939m, 2689m, 2217m și 1900m; pentru punctul B, 12000m, 4520m, 4223m, 3099m, 2614m, 1693m și 1300m; pentru punctul C, 1500m. Punctul C prezintă mai puține altitudini de analiză deoarece dinamica altitudinii mai mari apar mai mult sau mai puțin ca celelalte la altitudini similare. În următorul segment, se realizează și se discută comparația dintre dinamica profilului RCS și canalele laminare manifestate în anumite puncte și altitudini pentru doar trei dintre altitudinile alese.

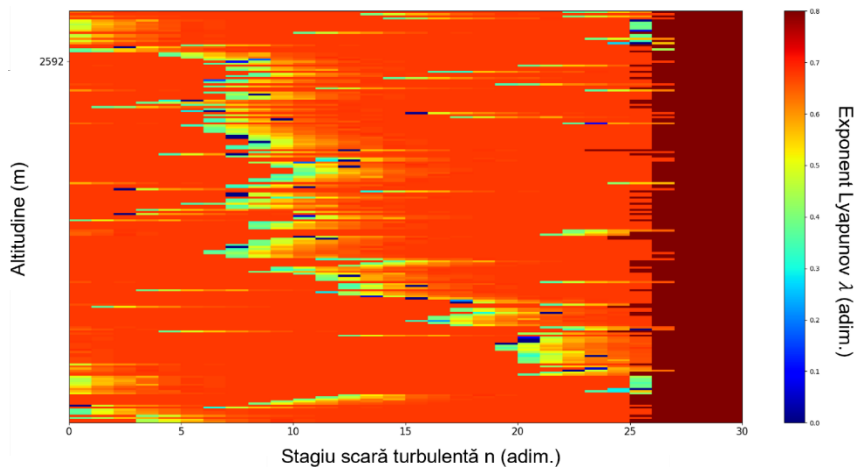


Fig. 4.2. Plot exponent Lyapunov pe scară turbulentă în funcție de altitudine, București, România, 13/06/2019, 07:10:00; punct de interes: 2217m.

A_{2217m} : Datele lidar arată mai multe structuri difuze în coborâre. Analiza arată canalul laminar puternic descendent. Există o corelație puternică între evoluția și analiza datelor RCS (Fig. 4.2).

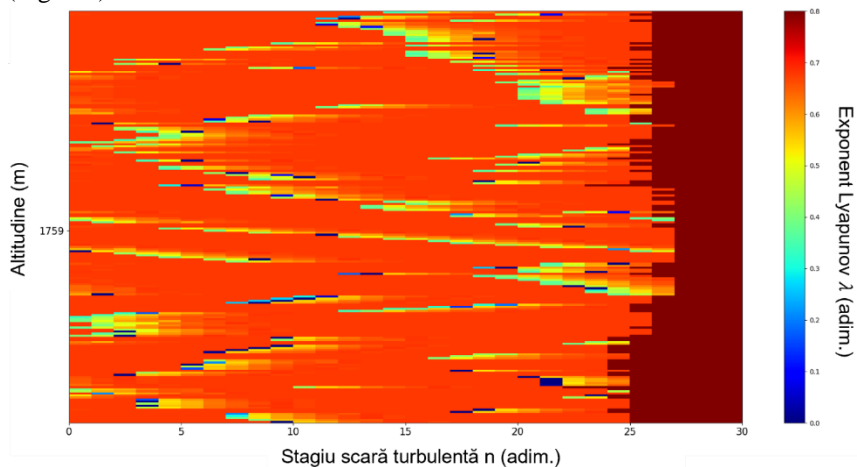


Fig. 4.3. Plot exponent Lyapunov pe scară turbulentă în funcție de altitudine, București, România, 13/06/2019, 07:33:00; punct de interes: 1693m.

B_{1693m} : Datele lidar arată PBL-ul ca fiind puternic fluctuant și descendent. Analiza arată mai multe canale laminare descendente în jurul altitudinii alese, un canal laminar descendent puternic deasupra altitudinii alese și câteva canale slabe ușor ascendente sub

altitudinea aleasă. În plus, analiza arată un număr crescut de etape turbulente în apropierea PBL. Există o oarecare corelație între evoluția și analiza datelor RCS (Fig. 4.3).

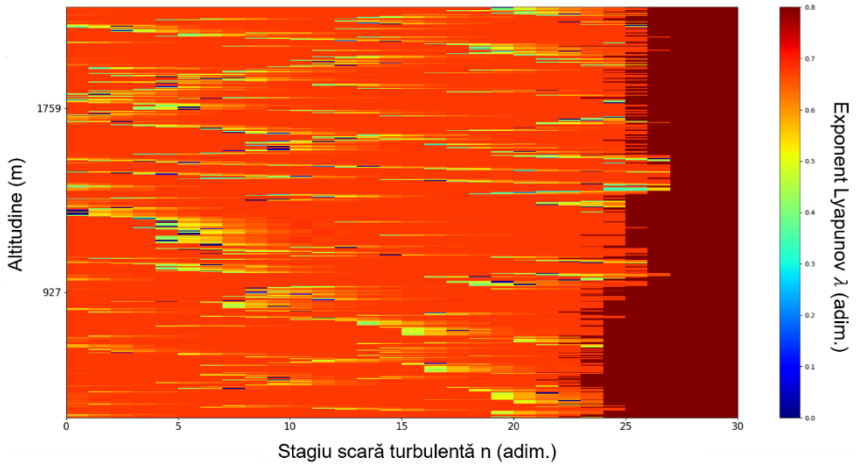


Fig. 4.4. Plot exponent Lyapunov pe scară turbulentă în funcție de altitudine, București, România, 13/06/2019, 07:51:00; punct de interes: 1500m.

C_{1500m} : Datele lidar arată o fluctuație rapidă și ascendentă, dar descrescătoare la scurt timp după PBL. Analiza arată straturi laminare ascendente deasupra altitudinii alese și diferite straturi laminare descrescătoare sub altitudinea aleasă. În plus, analiza arată un număr crescut de etape turbulente în apropierea PBL. Există o oarecare corelație între evoluția și analiza datelor RCS (Fig. 4.4).

Această analiză de asemenea face parte dintr-o lucrare a autorului acestei teze care a fost publicată într-o revistă de specialitate [11]. În general, analiza noastră a produs 5 cazuri de corelație pozitivă puternică, 7 instanțe de corelație pozitivă, 2 instanțe de corelație nulă și 1 instanță de corelație negativă. Acestea sunt rezultate promițătoare pentru teoria noastră, și pot fi considerate începutul dezvoltării unei metode de a obține prin date experimentale evoluția verticală a atmosferei la scări temporale mici și medii.

4.3 Analiza straturilor duble

Acum, este de asemenea posibilă verificarea teoriilor capitolului trecut în ceea ce privește conductivitatea masică atmosferică, și tendința atmosferei către stratificare. Spre acest scop, este utilizat un instrument diferit aflat într-o locație diferită. Platforma folosită în acest studiu este un ceilometru „Lufft CHM 15k” (CHM15k) care funcționează la o

lungime de undă de 1064 nm, poziționat în Galați, România, la unitatea UGAL – REXDAN aflată la coordonatele 45.435125N, 28.036792E, 65 m deasupra suprafeței (ASL), care face parte din dotarea Universității „Dunărea” de Jos” din Galați. Instrumentul în sine a fost ales astfel încât să se conformeze standardelor impuse de comunitatea ACTRIS. Din punct de vedere computațional, calculele necesare sunt efectuate prin cod scris și operat în Python 3.6.

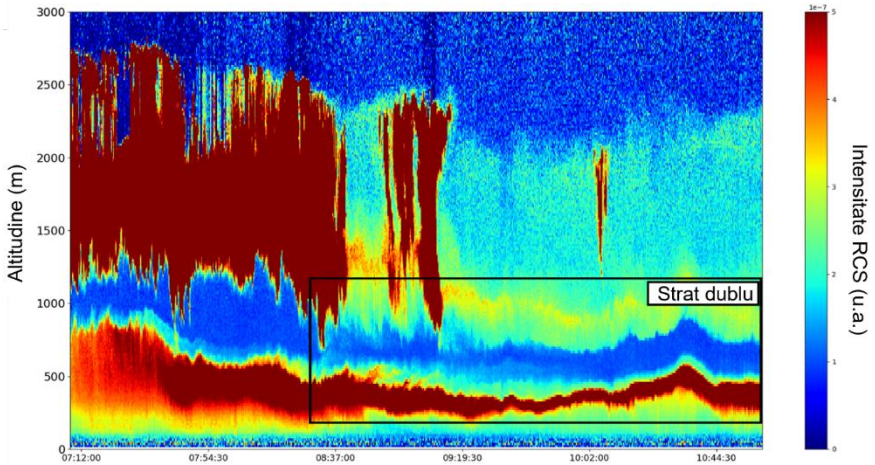


Fig. 4.5. Serie temporală RCS, Galați, România, 23/12/2021 (regiune de interes).

Acest set de date ceilometrice a fost profilat pe 23 decembrie 2021, începând înainte de ora 12:00 (Fig. 4.5). Pot fi observate multe caracteristici tipice ale atmosferei, inclusiv plumele de aerosoli, norii și PBL-ul, împreună cu variația acestuia, în datele RCS (Fig. 4.5). În ciuda prezenței multor structuri de tip nor, partea inferioară a seriei temporale este în general neafectată și poate fi analizată. Începutul seriei temporale arată un strat mixt convectiv tipic condițiilor de amiază, iar în etapele ulterioare ale seriei temporale structura stratificată a stratului limită stabil (SBL) și a stratului rezidual (RL) – decalajul dintre ele, care are denumirea „stratul dublu”, este delimitată de regiunea de intensitate RCS scăzută [12] [13] (Fig. 4.21).

În concluzie, în acest capitol s-au utilizat date lidar și date ceilometrice pentru a construi mai multe serii cronologice și ploturi individuale. Rezultatele acestor reprezentări confirmă teoria discutată în capitolele anterioare, găsindu-se canale laminare atmosferice și stratificarea manifestată de conducția masică multifractală atmosferică, și că există o conexiune clară între aceste fenomene și dimensiunea fractală atmosferică. Există posibile limitări ale metodei utilizate, în principal în ceea ce privește intruziunile rapide de aerosoli – în general, teoria multifractală și instrumentele utilizate aici funcționează cel mai bine

doar în condiții relativ calme, fără apariția unor concentrații neașteptate de nori sau aerosoli. Studiile ulterioare ar putea include o validare teoretică și practică suplimentară folosind modele climatice, cum ar fi ALARO sau WRF, și astfel de studii ar putea utiliza, de asemenea, seturi mai mari de date lidar sau ceilometru.

Bibliografie capitol

- [1] **Rosu, Iulian-Alin**, et al. „Towards Possible Lamina Channels through Turbulent Atmospheres in a Multifractal Paradigm." *Atmosphere* **12.8** (2021).
- [2] **Rosu, Iulian Alin**, et al. „Multifractal Model of Atmospheric Turbulence Applied to Elastic Lidar Data." *Atmosphere* **12.2** (2021).
- [3] **Rosu, Iulian Alin**, et al. „On a multifractal approach of turbulent atmosphere dynamics." *Frontiers in Earth Science* **8** (2020).
- [4] **Rosu, Iulian-Alin**, et al. „A turbulence-oriented approach to retrieve various atmospheric parameters using advanced lidar data processing techniques." *Atmosphere* **10.1** (2019).
- [5] Lolli, S.; Madonna, F.; Rosoldi, M.; Campbell, R.J.; Welton, J.E.; Lewis, R.J.; Gu, Y.; Pappalardo, G. „Impact of varying lidar measurement and data processing techniques in evaluating cirrus cloud and aerosol direct radiative effects." *Atmos. Meas. Tech.* **1639–1651** (2018).
- [6] Müller, D.; Mattis, I.; Wandinger, U.; Ansmann, A.; Althausen, D.; Dubovik, O.; Eckhardt, S.; Stohl, A. „Saharan dust over a central European EARLINET-AERONET site: Combined observations with Raman lidar and Sun photometer." *J. Geophys. Res.* **108** (2003).
- [7] Kovalev, V.; Eichinger, W. „Elastic Lidar: Theory, Practice, and Analysis Methods." John Wiley and Sons Inc.: Hoboken, NJ, USA (2004).
- [8] Adam, Mariana, et al. „Biomass burning events measured by lidars in EARLINET. Part II. Results and discussions." *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions* **1-45** (2020).
- [9] Belegante, Livio, et al. „Experimental techniques for the calibration of lidar depolarization channels in EARLINET." *Atmospheric Measurement Techniques* **11.2** (2018).

- [10] Nicolae, Doina, et al. „*A neural network aerosol-typing algorithm based on lidar data.*” *Atmospheric Chemistry and Physics* **18.19** (2018).
- [11] **Rosu, Iulian-Alin**, et al. „*The Search for Atmospheric Laminar Channels: Experimental Results and Method Dissemination.*” *Sensors* **22.1** (2022).
- [12] Busch, N. E. „The surface boundary layer.” *Bound. Layer Meteorol.* **4(1)** (1973).
- [13] Haeffelin, M.; et al. „*Evaluation of mixing-height retrievals from automatic profiling lidars and ceilometers in view of future integrated networks in Europe.*” *Bound. Layer Meteorol.* **143** (2012).

Capitolul 5: Limita aplicabilității și a validității teoriilor stohastice ale atmosferei

5.1 Aditivi conservativ-pasivi și ipoteza Tatarski

Capitolul final al acestei lucrări tratează metode diferite față de cele multifractale pentru a analiza atmosfera, investigând limitele aplicabilității unor teorii stohastice bazate pe idei precum “funcție de structură” și “aditiv conservativ-pasiv”. Aceste teorii devin valabile odată cu îndeplinirea a ceea ce va fi definit ca “ipoteza Tatarski”, și se va investiga faptul că această ipoteză implică o conexiune între neomogenitate, entropie și haos, și că poate fi verificată experimental prin date meteorologice de înaltă rezoluție. Următoarele teorii și rezultate, elaborate în lucrări științifice a autorului acestei teze, sunt în curs de publicare [1] [2]. În primul rând, trebuie definită noțiunea de “funcție de structură”, aceasta bazându-se pe concepte de mediere și stohasticizare. Aceste concepte, în ciuda folosirii lor sporadice de-a lungul acestei teze, se regăsesc în aplicabilitatea lor completă doar în cazul funcției de structură, aceasta fiind definită ca:

$$D_{\vartheta}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \langle [\vartheta(\mathbf{r}_1) - \vartheta(\mathbf{r}_2)]^2 \rangle \quad (65)$$

unde D_{ϑ} este funcția de structură, \mathbf{r}_1 și \mathbf{r}_2 sunt două distanțe de la un punct de referință, iar ϑ este un aditiv conservativ pasiv, a cărui semnificație va fi explicată în următorul paragraf [3]. În linii mari, valoarea lui D_{ϑ} caracterizează intensitatea acelor fluctuații ale lui ϑ de-a lungul acelor distanțe care sunt mai mici sau comparabile cu $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

Noțiunea funcției de structură a unui parametru poate fi lărgită astfel încât este posibilă conexiunea dintre multiple ecuații care descriu structura și neomogenitatea aceluși parametru într-o curgere turbulentă – aceste conexiuni cer ca acești parametri să fie considerați aditivi conservativi pasivi. Demonstrația conexiunilor dintre acești parametri începe de la ecuația difuziei moleculare și de la identitatea diferențială:

$$\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (66)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \quad (67)$$

unde D este coeficientul de difuzie moleculară a aditivului. Prin condiția de incompresibilitate, următoarea relație este găsită:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(U_i \vartheta - D \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (68)$$

Prin decompoziție Reynolds se obțin două ecuații care arată evoluția medie și evoluția fluctuațiilor aditivului [3]:

$$\frac{\partial \langle \vartheta \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle U_i \rangle \langle \vartheta \rangle + \langle U_i' \vartheta' \rangle - D \frac{\partial \langle \vartheta \rangle}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (69)$$

$$\frac{\partial \vartheta'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(U_i \vartheta' + U_i' \langle \vartheta \rangle - \langle U_i' \vartheta' \rangle - D \frac{\partial \vartheta'}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (70)$$

Presupunând cazul staționar în care variația neomogenității este nulă:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \left[\int K \cdot (\nabla \langle \vartheta \rangle)^2 - D \cdot \langle (\nabla \vartheta')^2 \rangle \right] dV \cong 0 \quad (71)$$

se obține [3]:

$$D \cdot \langle (\nabla \vartheta')^2 \rangle \cong K \cdot (\nabla \langle \vartheta \rangle)^2 \cong \langle N_\vartheta \rangle \quad (72)$$

Această expresie este echivalentă cu faptul că, în cazul staționar, cantitatea de neomogenitate care dispare în timp datorită difuziei moleculare este egală cu cantitatea de neomogenitate care este produsă în timp datorită turbulenței [3]. Astfel, producția și disiparea neomogenității este echilibrată; aceasta se va numi în continuare “ipoteza Tatarski”.

Pentru a continua demonstrația, se alege o funcție F astfel încât următoarea ecuație este corectă din punct de vedere a dimensiunilor [3]:

$$D_\vartheta(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \equiv F(\langle N_\vartheta \rangle, \varepsilon, d) \equiv a^2 \frac{\langle N_\vartheta \rangle}{\varepsilon^3} d^{\frac{2}{3}} \quad (73)$$

unde $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = d$. Definim astfel termenul denumit “coeficientul funcției de structură”:

$$D_\vartheta(d) = C_\vartheta^2 d^{\frac{2}{3}} \quad (74)$$

unde:

$$C_\vartheta^2 = a^2 \frac{\langle N_\vartheta \rangle}{\varepsilon^3} = \frac{\langle [\vartheta(x) - \vartheta(x+d)]^2 \rangle}{d^{\frac{2}{3}}} \quad (75)$$

În urma unor serii de calcule detaliate în teză, următoarea relație este apoi evidențiată:

$$C_N^2 \cong \frac{c_T^2}{4T_0} + \frac{a^2 \varepsilon^{\frac{2}{3}}}{c_0} \quad (76)$$

unde c_0 este valoarea medie a vitezei sunetului pentru profilul atmosferic dat, iar T_0 este temperatura atmosferică la altitudinea la care viteza sunetului corespunde cu valoarea medie. Pentru aceste două constante s-au ales valorile $T_0 = 243.65K$ și $c_0 = 312.9m/s$; experimentând cu acestea, s-a constatat faptul că deviații mici produc variații minuscule în rezultatele finale. În mod interesant, această ecuație este valabilă și pentru unde sonore planare și pentru radiație electromagnetică, dar în cazul propagării luminii într-un mediu turbulent se introduce o corecție [3]. Se constată următorul rezultat:

$$C_T^2 \cong 4T_0 \left[C_N^2 - \frac{a^6}{16c_0} \frac{1}{(C_N^2)^2} \left(\frac{\partial \langle n'^2 \rangle}{\partial t} \right)^2 \right] \quad (77)$$

ceea ce produce:

$$T \cong 0.01257 \cdot \sqrt{P} \left\{ T_0 \left[1 - \frac{\alpha^6}{16c_0} \frac{1}{(C_N^2)^3} \left(\frac{\partial \langle n'^2 \rangle}{\partial t} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{4}} + C \quad (78)$$

unde C este o constantă adăugată conform corecției sus-menționate. Utilizând această ecuație și comparând-o cu profilarea aerosondaj, se determină faptul că această constantă este aproape identică cu T_0 . În orice caz, se observă faptul că profilarea T conform ecuației este mai mult sau mai puțin corectă pe o porțiune limitată a atmosferei. Profilul presiunii atmosferice poate fi aproximat satisfăcător, dincolo de mici fluctuații, cu un profil barometric simplu. Desigur, parametri necesari pentru a inițializa modelul barometric nu sunt constante în timp, ceea ce poate produce alte erori în reprezentarea temporală a profilelor.

Pentru a verifica aceste teorii printr-o comparație calitativă se introduc date experimentale ceilometrice. Dintr-un punct de vedere tehnic, platforma utilizată în acest capitol este același ceilometru CHM15k utilizat în capitolul trecut împreună cu lidar-ul aflat în aceeași unitate, în acest rezumat fiind reprezentat rezultatul produs de date lidar. Din nou, dintr-un punct de vedere informatic, calculele necesare pentru a construi aceste profile sunt efectuate cu ajutorul unui cod scris și rulat în limbajul de programare Python 3.6.

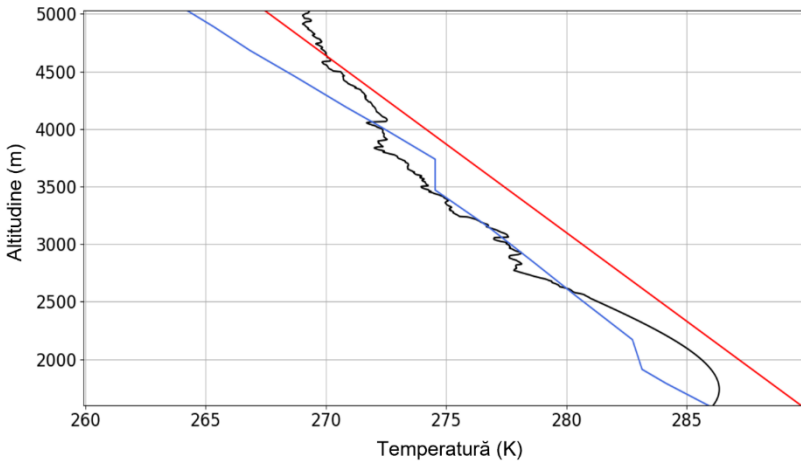


Fig. 5.1: T profil: 31/05/2017, 12:00, INOE Lidar, București.

Este necesară menționarea faptului că, sub altitudini de aproximativ 400m, aceste profile de temperatura degenează în multe cazuri, producând erori; câțiva factori ar putea fi responsabili pentru aceste erori, inclusiv lipsa puterii de calcul (Fig. 5.1). Deasemenea, dincolo de o anumită altitudine ridicată profilul arată temperaturi constante în medie – această problema se datorează pierderii semnalului RCS util la acea altitudine. Din cauza

acestor probleme, partea funcțională a profilului $T(z)$ obținut se află adeseori într-un interval $PBLH - 6km$. În orice caz, se observă o similitudine între datele aerosondaj și cele obținute prin teoria prezentată în această lucrare – această similitudine poate fi găsită și în ordinul de mărime, și în evoluția spațială a profilului, deși rezoluția spațială a aerosondajului îngreunează această observare (Fig. 5.1).

5.2 Conexiunea dintre neomogenitate, entropie și haos, și verificarea experimentală a ipotezei lui Tatarski

Odată cu verificarea validității parțiale a teoriei, se pune următoarea întrebare: cum ar putea fi aceste profile îmbunătățite, și cum ar putea teoria da rezultate superioare? Dincolo de procesarea datelor pentru a obține un semnal mai „curat”, în contextul îmbunătățirii rezultatelor teoriei, conexiunea dintre entropie și turbulență trebuie discutată în contextul ipotezei Tatarski – există astfel o conexiune între omogenitate și entropie? În mod natural, o astfel de relație trebuie să existe din definiția entropiei, și se poate ajunge la concluzia că entropia este proporțională cu omogenitatea – și deci, invers proporțională cu neomogenitatea:

$$G \sim \frac{1}{S} \quad (79)$$

Se poate observa o problemă cu ecuația (79) – entropia este o cantitate extensivă, iar omogenitatea este o cantitate intensivă [4]. Devine necesară, astfel, definirea unei „entropii relative” $\frac{S_{max}}{S}$ astfel încât:

$$G = \frac{1}{\Phi} \left(\frac{S_{max}}{S} \right) \quad (80)$$

unde Φ este o funcție monoton-crescătoare cu următoarele proprietăți:

$$0 \leq \Phi(x) \leq 1, 0 \leq x \leq 1, \Phi(0) = 0, \Phi(1) = 1 \quad (81)$$

În orice caz, considerând interpretarea Kolmogorov-Sinai a haosului și entropiei, se înțelege faptul că relațiile obținute prin ipoteza Tatarski sunt complet valide, și nu doar aproximativ valide, doar pentru scări temporale suficient de scurte astfel încât diversele fenomene de transport din coloana atmosferică nu sunt haotice [5]. Această concluzie problematică prezintă încă o dificultate – este foarte clar faptul că procesele de transport și difuzie din atmosferă sunt ireversibile, dar conform ipotezei Tatarski devine necesară presupunerea că există o scară temporală suficient de scurtă astfel încât aceste procese să fie considerate reversibile, astfel încât turbulența atmosferică să fie un ansamblu de procese „aproximativ-reversibile” a cărui produs să fie un proces ireversibil, haotic, și nelinier.

Dacă această presupunere este rezonabilă, ipoteza Tatarski este satisfăcută dintr-un punct de vedere matematic prin faptul că variația neomogenității trebuie să fie nulă în timpul unui dt infinitesimal; dar dintr-un punct de vedere fizic Δt trebuie să fie egal cu timpul Lyapunov τ_λ , astfel încât ecuațiile care descriu parametrii atmosferici ar trebui calculate cu date lidar sau ceilometru obținute în incremenți τ_λ .

În orice caz, în locul calculului și comparației a mai multor tipuri de parametri, este posibilă stabilirea unei condiții matematice care să folosească cât mai puține tipuri de date meteorologice posibile, pentru a arăta existența acestor scări temporale minime reale. În urma calculelor detaliate în teză, această condiție este stabilită astfel:

$$\int \left\{ \langle U'^2 \rangle \nabla \langle U \rangle - (\Delta U)^{-1} \left[\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \langle U^2 \rangle \right] \langle (\nabla U')^2 \rangle \right\} dV \cong 0 \quad (82)$$

Pentru a testa această condiție pe date reale, seturi de date meteorologice de înaltă frecvență au fost folosite – acestea aparțin unei campanii de măsurători efectuată în perioada mai-iunie 2017 lângă insulele Svalbard, cu ajutorul unor platforme aeroperțute [6]. Acestea conțin datele necesare verificării condiției, și sunt măsurate la o frecvență de 100Hz. Zborurile care conțin datele alese analizate în lucrare au denumirile “POLAR 5 mission, flight 2”, “POLAR 5 mission, flight 5”, “POLAR 5 mission, flight 13”, “POLAR 6 mission, flight 10”, și aceste zboruri au fost alese deoarece sunt printre primele părți ale campaniei de măsurători care nu conțin erori și care au fost efectuate în condiții senine și stabile. În acest rezumat doar un singur exemplu este ales.

Rezoluția temporală ridicată cuplată cu numărul mare de puncte de date fac imposibilă plotarea corectă a condiției, și din cauza faptului că timpul Lyapunov atmosferic este variabil dar frecvența de măsurare este constantă plotul ecuației (82) produce extrem de mult zgomot vizibil. Astfel, o altă abordare devine necesară – pentru a verifica condiția, fiecare set de date va fi împărțit în seturi de câte 100 de puncte, din care apoi se vor număra instanțele pentru care ecuația (82) este corectă. Apoi, numărul acestor instanțe va fi reprezentat pentru fiecare 100 de puncte (Fig. 5.2).

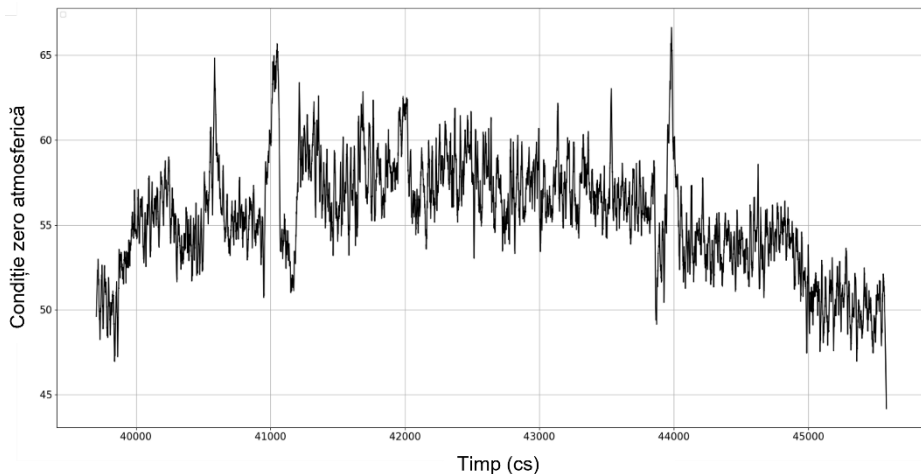


Fig. 5.2: Condiție zero atmosferică; aeronava P5, insulele Svalbard, 10/05/2017.

În toate cazurile, inclusiv cel reprezentat în acest rezumat, numărul de puncte pentru care condiția e valabilă este mai mare de 50% din numărul total (Fig. 5.2). Aceste rezultate, combinate cu reprezentarea vizuală, arată o confirmare parțială a teoremei existenței acestor scări temporale pentru care ipoteza Tatarski este validă, chiar și cu toate dificultățile aduse de platforma meteorologică nepotrivită și o rată de măsurători care ar putea fi nu suficient de rapidă.

În concluzie, în plus față de metodele multifractale discutate anterior în cadrul acestei teze, există și metode stohastice care pot fi utilizate pentru analiza atmosferei. În cadrul acestor metode și teorii, există ipoteze care, odată acceptate și validate, oferă cadrul matematic necesar pentru a conecta diverși parametri atmosferici astfel încât calculul unuia poate fi folosit pentru a obține alții. Relevant analizei aflată în acest capitol este faptul că indicele de refracție atmosferic și temperatura atmosferică sunt doi dintre parametri meteorologici care pot fi aproximați sub acele ipoteze. În final, se constată faptul că aceste ipoteze sunt complet, și nu doar aproximativ, valide în anumite condiții, acestea fiind echivalente cu intervale temporale extrem de scurte în cazul atmosferei. Aceste condiții sunt validate prin date meteorologice de o înaltă rezoluție temporală obținute printr-o platformă aeropurtată.

Bibliografie capitol

- [1] **Roșu, Iulian-Alin.** „*Applicability and validity limits of atmospheric stochastic theory.*” Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Secția Matematică Mecanică și Fizică, **1**, 2023, în curs de publicare.
- [2] **Roșu, Iulian-Alin.** „*Conservative-passive additives in the atmosphere dynamics and its correspondence with the Tatarski hypothesis.*” Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Secția Matematică Mecanică și Fizică, **1**, 2023, în curs de publicare.
- [3] Tatarski, V. I. „*Wave propagation in a turbulent medium.*” Courier Dover Publications (2016).
- [4] Rodewald, B. „*Entropy and homogeneity.*” American Journal of Physics, **58(2)** (1990).
- [5] Frigg, Roman. „*In what sense is the Kolmogorov-Sinai entropy a measure for chaotic behaviour? Bridging the gap between dynamical systems theory and communication theory.*” British Journal for the Philosophy of Science **411-434** (2004).
- [6] Chechin, Dmitry G., et al. „*Turbulent structure of the Arctic boundary layer in early summer driven by stability, wind shear and cloud top radiative cooling: ACLOUD airborne observations.*” Atmospheric Chemistry and Physics Discussions **1-42** (2022).

Concluzie

În cadrul acestei teze, s-a efectuat un studiu al dinamicii haosului și al modelelor multifractale și semi-stohastice ale structurilor atmosferice, împreună cu aplicațiile care se pot construi pe urma acestor studii utilizând date telemetrice, cu scopul de a contribui la studiul dinamicii atmosferice. Această temă științifică este relevantă deoarece, deși abordarea teoretică și practică de investigare a dinamicii atmosferice este un domeniu activ, există neclarități a unor noțiuni teoretice, și există un decuplaj al teoriei și a practicii în astfel de studii din cauza dificultăților teoretice și a unor probleme nerezolvate. În această teză, se examinează numeroase aspecte teoretice, stabilindu-se conexiuni între acestea pentru o abordare sinergică. Noi noțiuni sunt construite, și sunt stabilite metode de a cupla aceste teorii cu date experimentale produse de diverse platforme științifice. Astfel, implicațiile teoriilor discutate în această lucrare pot fi traduse în aplicații practice și predictive în fizica atmosferică.

În concluzie, această teză reprezintă o contribuție la înțelegerea dinamicii atmosferice și propune noi teorii și metode care pot fi validate teoretic și experimental. Autorul subliniază importanța sinergiei între teorie și practică și evidențiază necesitatea fundamentării matematice profunde a studiilor atmosferice. Lucrarea propune o abordare teoretică bazată pe modele multifractale și stohastice pentru a descrie comportamentul turbulent al atmosferei și pentru a dezvolta aplicații practice care să contribuie la înțelegerea și predicția fenomenelor atmosferice complexe.

Listă de lucrări

Roșu, Iulian-Alin, et al. „*Cellular self-structuring and turbulent behaviors in atmospheric laminar channels.*” *Frontiers in Earth Science* **9** (2022). AIS: 1.137. IF: 3.661.

Nica, Dragos-Constantin, **Roșu, Iulian-Alin** et al. „*Boundary Layer via Multifractal Mass Conductivity through Remote Sensing Data in Atmospheric Dynamics.*” *Fractal and Fractional* **6.5** (2022). AIS: 0.488. IF: 3.577.

Nica, Dragos-Constantin, **Roșu, Iulian-Alin** et al. „*Multifractality via Stochasticity in Atmospheric Dynamics Description Validated through Remote Sensing Data.*” *Mathematics* **10.6** (2022). AIS: 0.409. IF: 2.592.

Roșu, Iulian-Alin, et al. „*The Search for Atmospheric Laminar Channels: Experimental Results and Method Dissemination.*” *Sensors* **22.1** (2022). AIS: 0.586. IF: 3.576.

Cazacu, Marius Mihai, **Roșu, Iulian-Alin** et al. „*Theoretical and Experimental Designs of the Planetary Boundary Layer Dynamics through a Multifractal Theory of Motion.*” *Fractal and Fractional* **6.12** (2022). AIS: 0.488. IF: 3.577.

Roșu, Iulian-Alin, et al. „*Towards Possible Laminar Channels through Turbulent Atmospheres in a Multifractal Paradigm.*” *Atmosphere* **12.8** (2021). AIS: 0.626. IF: 3.11.

Roșu, Iulian Alin, et al. „*Multifractal Model of Atmospheric Turbulence Applied to Elastic Lidar Data.*” *Atmosphere* **12.2** (2021). AIS: 0.626. IF: 3.11.

Roșu, Iulian Alin, et al. „*On a multifractal approach of turbulent atmosphere dynamics.*” *Frontiers in Earth Science* **8** (2020). AIS: 1.137. IF: 3.661.

Roșu, Iulian-Alin, et al. „*Evaluation of different WRF parametrizations over the region of Iași with remote sensing techniques.*” *Atmosphere* **10.9** (2019). AIS: 0.626. IF: 3.11.

Roșu, Iulian-Alin, et al. „*A turbulence-oriented approach to retrieve various atmospheric parameters using advanced lidar data processing techniques.*” *Atmosphere* **10.1** (2019). AIS: 0.626. IF: 3.11.

Listă de participări conferințe

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Quantifying atmospheric dynamics predictions through atmospheric laminar channels.*” Poster prezentat la „1st ACTRIS Science Conference”, 11-13 Mai 2022.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Exploring the Application Boundaries of Stochastic Theories Regarding Turbulent Atmospheric Ceilometer Data.*” Poster prezentat la „European Lidar Conference (ELC2021)”, 16 – 18 Noiembrie 2021.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Employing atmospheric sensors and turbulent energy cascade theory to quantify hazardous airborne transmissibility.*” Poster prezentat la „European Aerosol Conference (EAC2021)”, 30 August – 3 Septembrie 2021.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Application of a Multifractal Phenomenological Model of Atmospheric Turbulence to Elastic Lidar Data.*” Prezentare orală la „Conferințele Școlilor Doctorale din Consorțiul Universitaria”, 22 Octombrie 2020.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Multifractal Approach of Rayleigh-Benard type Instabilities in Complex Fluids.*” Poster prezentat la „Sesiunea Științifică Anuală a Administrației Naționale de Meteorologie”, 14-16 Noiembrie 2018.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Case Study regarding Air Quality Evaluation in Podul de Piatra, Iasi, February 2018.*” Poster prezentat la „Sesiunea Științifică Anuală a Administrației Naționale de Meteorologie”, 14-16 Noiembrie 2018.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*A New Telemetric Approach to Retrieve Various Atmospheric Parameters Using Advanced Lidar Techniques.*” Prezentare orală la „Sesiunea Științifică Anuală a Administrației Naționale de Meteorologie”, 14-16 Noiembrie 2018.

Roșu, Iulian Alin et. al. „*Evaluation of WRF Output Accuracy Over the Iasi Region using LIDAR, Sun-Photometer and Ground-Level Meteorological Data.*” Prezentare orală la „Sesiunea Științifică Anuală a Administrației Naționale de Meteorologie”, 14-16 Noiembrie 2018.

Listă de stagii în străinătate

Martie 2018 – Septembrie 2018. Stagiul de practică, Departamentul de Fizică, Universitatea din Torino, Torino, Italia. Activitate: fizică atmosferică, modelare meteorologică. Coordonator: Prof. dr. Silvia Ferrarese

Iunie 2022 – Februarie 2023. Stagiul de practică Erasmus+, Laboratorul pentru Studiul Atmosferei și a Climei, Universitatea Tehnică din Creta, Chania, Grecia. Activitate: modelare fractală a incendiilor, studiul interacțiunii incendiilor-atmosferă. Coordonator: Prof. dr. Apostolos Voulgarakis.