

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, Timișoara, 05 aprilie 2025
Subiecte – anul I

pagina 1 din 2

Subiectul I (10 puncte)

O bilă de dimensiuni neglijabile și de masă $m = 0,2 \text{ kg}$ este prinsă cu un fir inextensibil $OA = l = 0,64 \text{ m}$ în articulația O (Figura 1). Firul OA este deviat cu unghiul $\alpha = 45^\circ$ față de verticală și i se imprimă bilei o viteză liniară v , perpendiculară pe fir, astfel încât să descrie o mișcare circulară în plan orizontal (pendul conic).

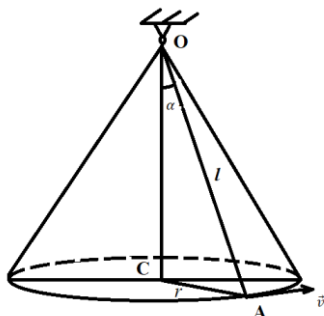


Figura 1

Să se determine:

- Viteza liniară imprimată bilei în poziția A ;
- Tensiunea din firul OA în timpul mișcării bilei, conform enunțului;
- Viteza de variație a momentului cinetic în mișcarea bilei în raport cu articulația O ;
- În raport cu ce reper se conservă momentul cinetic? Argumentați și calculați valoarea momentului cinetic în acest caz.

Subiect propus de:

Lect. Univ. Dr. Mihaela Tinca UDRIȘTIOIU
Facultatea de Științe, Universitatea din Craiova.

- Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
- Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, Timișoara, 05 aprilie 2025
Subiecte – anul I

pagina 2 din 2

Rezolvare

a) Se pune condiția ca în timpul mișcării bilei, în poziția A, firul să fie întins, adică $tg\alpha = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} \rightarrow v = \sqrt{glsin\alpha} = 2,1 \frac{m}{s}.$	2p
b) $F = \frac{mg}{\cos\alpha} = 2,77 N.$	2 p
c) Conform teoremei de variație a momentului cinetic $\left \frac{\Delta L_0}{\Delta t} \right = M_0 = mgl sin\alpha = 0,88 N \cdot m$ având direcția și sensul bilei.	2,5 p
d) Deoarece momentul forței ce acționează asupra bilei în timpul mișcării, în raport cu axa verticală OC este nul și conform teoremei de variație a momentului cinetic rezultă că $L_{OC} = const = mv \cdot r = mlsin\alpha \sqrt{glsin\alpha} = 0,2 J \cdot s$ și are orientarea după axa OC .	2.5 p

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

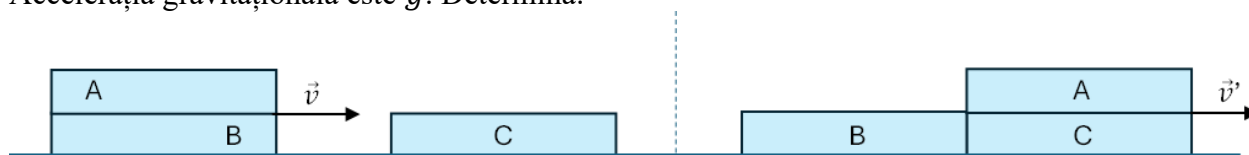
Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, Timișoara, 05 aprilie 2025
Subiecte – anul I

pagina 1 din 3

Subiectul II (10 puncte)

Mișcarea plăcilor

Pe o masă orizontală netedă se așază culcat trei plăci identice A, B, respectiv C, de formă paralelipipedică (v. fig.). Placa A este așezată pe placa B, iar placa C este în fața lor, toate în repaus. Plăcilor A și B li se imprimă viteza v orientată înspre C. Placa C este ciocnită plastic. În final, toate plăcile se mișcă cu viteza v' , necunoscută, iar placa A este suprapusă integral peste placa C. Între A și B nu există frecări, iar între A și C coeficientul de frecare este μ . Accelerația gravitațională este g . Determină:



- a) [2,0 p] vitezele plăcilor imediat după ciocnirea dintre B și C și lucrul mecanic al forțelor de contact efectuat în timpul procesului de ciocnire;
- b) [3,5 p] lungimea L a fiecăreia dintre cele trei plăci;
- c) [2,5 p] viteza medie a plăcii C în timpul procesului de tranzit al plăcii A de pe B pe C. Durata acestui proces este τ ;
- d) [1,0 p] limita minimă a duratei τ .

Problemă propusă de
Conf. univ. dr. Sebastian Popescu

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, Timișoara, 05 aprilie 2025
Subiecte – anul I

pagina 2 din 3

Soluție:

a) La finalul procesului de ciocnire, plăcile B și C se mișcă împreună, cu viteza centrului lor de masă (conservarea impulsului):

$$mv = 2mv_1, \quad (0,6 \text{ p})$$

adică

$$\boxed{v_1 = \frac{1}{2}v}. \quad (0,4 \text{ p})$$

Lucrul forțelor de percuție este

$$\mathcal{L}_p = \Delta E_c = \frac{2mv_1^2}{2} - \frac{mv^2}{2}, \quad (0,6 \text{ p})$$

de unde

$$\boxed{\mathcal{L}_p = -\frac{mv^2}{4}}. \quad (0,4 \text{ p})$$

b) După ciocnire, placa A alunecă peste C. Forța de frecare care frânează mișcarea plăcii A, atunci când aceasta a pătruns pe o distanță x oarecare peste C este

$$F_f = \mu \frac{mg}{L} x, \quad (0,5 \text{ p})$$

iar lucrul total efectuat de ea este

$$\mathcal{L}_f = -\int_0^L F_f dx = -\mu \frac{mgL}{2}. \quad (0,5 \text{ p})$$

La finalul alunecării lui A peste C, toate plăcile au viteza v' , dată de conservarea impulsului:

$$mv + 2mv_1 = 3mv', \quad (0,6 \text{ p})$$

adică

$$v' = \frac{2v}{3}. \quad (0,4 \text{ p})$$

Din teorema variației energiei cinetice pentru sistem, rezultă

$$\frac{3mv'^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{2mv_1^2}{2}\right) = \mathcal{L}_f, \quad (0,6 \text{ p})$$

sau

$$\mathcal{L}_f = -\frac{mv^2}{12}. \quad (0,4 \text{ p})$$

În aceste condiții,

$$\boxed{L = \frac{v^2}{6\mu g}}. \quad (0,5 \text{ p})$$

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, Timișoara, 05 aprilie 2025
Subiecte – anul I

pagina 3 din 3

c) În timpul procesului de tranzit al plăcii A de pe B pe C, centrul de masă (CM) al sistemului se deplasează cu viteza constantă v' . (0,4

p)

Coordonata inițială a CM față de capătului din spate al plăcii C (de ex.) este

$$x_{i,CM} = x_{i,C} + \frac{2m \cdot (-\frac{L}{2}) + m \cdot \frac{L}{2}}{3m} = x_{i,C} - \frac{L}{6}. \quad (0,6 \text{ p})$$

Coordonata finală a CM față de capătului din spate al plăcii C este

$$x_{f,CM} = x_{f,C} + \frac{2m \cdot (\frac{L}{2}) + m \cdot (-\frac{L}{2})}{3m} = x_{f,C} + \frac{L}{6}. \quad (0,6 \text{ p})$$

Prin urmare

$$\Delta x_{CM} = \Delta x_C + \frac{L}{3}, \quad (0,4 \text{ p})$$

adică

$$v_{C,med} = \frac{\Delta x_C}{\tau} = v' - \frac{L}{3\tau},$$

sau

$$\boxed{v_{C,med} = \frac{2v}{3} \left(1 - \frac{v}{12\mu g\tau} \right)}. \quad (0,5 \text{ p})$$

d) Forțele de frecare accelerează placa C de la $v_1 = \frac{1}{2}v$ la $v' = \frac{2v}{3}$. Prin urmare, viteza medie a lui C în timpul acestui proces este cuprins între aceste limite:

$$\frac{v}{2} < \frac{2v}{3} \left(1 - \frac{v}{12\mu g\tau} \right) < \frac{2v}{3}. \quad (2 \times 0,2)$$

De aici

$$\boxed{\tau > \frac{v}{3\mu g}}. \quad (0,6 \text{ p})$$

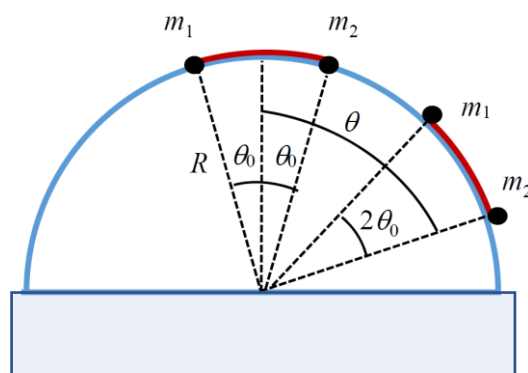
Oficiu

(1,0
p)

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

An I - Cocursul D. Hurmuzescu 2025, Faza Nationala
Subiect propus de Facultatea de Fizica, Universitatea din Bucuresti

Două puncte materiale cu masele m_1 , respectiv m_2 și $m_2 > m_1$, legate între ele printr-un fir ideal (fără masă și inextensibil), sunt plasate pe suprafața unei emisfere fixe de rază R aflată pe un plan orizontal (vezi figura). Inițial, firul trece prin punctul cel mai înalt al emisferei iar punctele materiale sunt situate simetric față de verticală, la un unghi $\theta_0 \in (0, \pi/2)$. Cele două puncte



materiale aflate pe emisferă au viteză inițială nulă. Mișcarea punctelor materiale se face fără frecare, în câmp gravitațional uniform de intensitate g .

A. Considerând mișcarea pentru intervalul de timp în care cele două puncte materiale sunt în contact cu emisfera, determinați:

- Viteza $v(\theta_0, \theta)$ pe care o au punctele materiale; **1p**
- Forțele $N_1(\theta_0, \theta)$ și $N_2(\theta_0, \theta)$ cu care corpurile m_1 , respectiv m_2 acționează asupra emisferei; **4p**
- Tensiunea $T(\theta_0, \theta)$ din fir. **2p**

B. În continuare, considerăm că masele punctelor materiale respectă relațiile $m_2 = 2m$, $m_1 = m$ iar $\theta_0 = \pi/4$. Pentru acest caz:

- Scrieți expresiile obținute pentru mărimile discutate la punctul A (v , N_1 , N_2 , T). Care este valoarea tensiunii în momentul începerii mișcării?; **1.5p**
- Analizând expresiile reacțiunilor N_1 și N_2 , se obține că m_2 se desprinde de emisferă înainte că acesta să atingă planul orizontal. Găsiți o ecuație trigonometrică care să permită calculul unghiului de desprindere α pentru m_2 . Calculați valoarea reacțiunii N_1 pentru α . **1.5p**

Subiect propus de:
Conf. Univ. Dr. Tiberius O. Cheche
Facultatea de Fizică, Universitatea din București

An I - Cocursul D. Hurmuzescu 2025, Faza Nationala
Subiect propus de Facultatea de Fizica, Universitatea din Bucuresti
BAREM

A.a) 1p

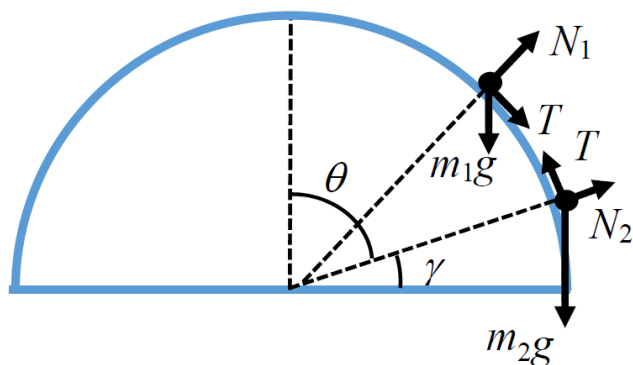
Conservarea energiei:

$$(m_1 + m_2)gR \cos \theta_0 = \frac{m_1 + m_2}{2} R^2 \dot{\theta}^2 + gR [m_1 \cos(\theta - 2\theta_0) + m_2 \cos \theta] \quad (1) \dots\dots\dots 0.5p$$

Din (1) se obtine

$$v^2(\theta_0, \theta) = 2gR \left[\underbrace{\cos \theta_0 - \frac{m_1 \cos(\theta - 2\theta_0) + m_2 \cos \theta}{m_1 + m_2}}_{>0 \text{ deoarece } \theta_0 < \theta} \right] = R^2 \dot{\theta}^2 \quad (2) \dots\dots\dots 0.5p$$

A.b) 4p



.....0.5p

Legea a 2-a mecanicii in coordonate polare:

$$-m_2 R \dot{\gamma}^2 = N_2 - m_2 g \sin \gamma \quad \Leftrightarrow \quad -m_2 R \dot{\theta}^2 = N_2 - m_2 g \cos \theta \quad (3)$$

$$m_2 R \ddot{\gamma} = T - m_2 g \cos \gamma \quad \Leftrightarrow \quad -m_2 R \ddot{\theta} = T - m_2 g \sin \theta \quad (4)$$

$$-m_1 R \dot{\gamma}^2 = N_1 - m_1 g \sin(\gamma + 2\theta_0) \quad \Leftrightarrow \quad -m_1 R \dot{\theta}^2 = N_1 - m_1 g \cos(\theta - 2\theta_0) \quad (5)$$

$$m_1 R \ddot{\gamma} = -T - m_1 g \cos(\gamma + 2\theta_0) \quad \Leftrightarrow \quad m_1 R \ddot{\theta} = T + m_1 g \sin(\theta - 2\theta_0) \quad (6)$$

.....(2p)

cu $\gamma = \pi / 2 - \theta$.

Luând, de exemplu, forma în γ a ecuațiilor (3)-(6), se observa, *ca verificare*, ca adunând (4) cu (6), scriind $\ddot{\gamma} = d\dot{\gamma}^2 / (2d\gamma)$ și integrând după γ de la $\gamma = \pi / 2 - \theta_0$ la $\gamma = \pi / 2 - \theta$ se obține (2) care este echivalentă cu conservarea energiei. Din (3) se obține:

$$\begin{aligned} N_2 &= -m_2 R \dot{\gamma}^2 + m_2 g \sin \gamma = -m_2 R \dot{\theta}^2 + m_2 g \cos \theta \\ &= 2m_2 g \left[\frac{m_1 \cos(\theta - 2\theta_0) + m_2 \cos \theta}{m_1 + m_2} - \cos \theta_0 \right] + m_2 g \cos \theta \end{aligned} \quad (7) \dots\dots\dots (0.75p)$$

Din (5) se obține:

$$\begin{aligned} N_1 &= -m_1 R \dot{\gamma}^2 + m_1 g \sin(\gamma + 2\theta_0) = -m_1 R \dot{\theta}^2 + m_1 g \cos(\theta - 2\theta_0) \\ &= 2m_1 g \left[\frac{m_1 \cos(\theta - 2\theta_0) + m_2 \cos \theta}{m_1 + m_2} - \cos \theta_0 \right] + m_1 g \cos(\theta - 2\theta_0) \end{aligned} \quad (8) \dots\dots\dots (0.75p)$$

A.c) 2p

Din (4) din (6) se obține:

$$\begin{aligned} 2T &= (m_2 - m_1) R \ddot{\gamma} + g [m_2 \cos \gamma - m_1 \cos(\gamma + 2\theta_0)] \\ &= (m_1 - m_2) R \ddot{\theta} + g [m_2 \sin \theta - m_1 \sin(\theta - 2\theta_0)] \end{aligned} \quad (9) \dots\dots\dots (1p)$$

Pentru calculul tensiunii $T(\theta_0, \theta)$, accelerația unghiulară $\ddot{\theta}(\theta_0, \theta)$ se poate obține din (2),

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^2 &= \frac{2g}{R} \left[\cos \theta_0 - \frac{m_1 \cos(\theta - 2\theta_0) + m_2 \cos \theta}{m_1 + m_2} \right], \text{ prin derivare la timp} \\ \ddot{\theta} &= \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \frac{d\dot{\theta}^2}{2d\theta} = g \frac{m_2 \sin \theta + m_1 g \sin(\theta - 2\theta_0)}{(m_1 + m_2)R}. \end{aligned}$$

Cu (9) se obține

$$T = \frac{2m_1 m_2 g \cos(\theta - \theta_0) \sin \theta_0}{m_1 + m_2} \quad (10) \dots\dots\dots (1p)$$

B.a) 1.5p

Pentru $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $\theta_0 = \pi / 4$ se obtine:

$$v^2 = \frac{gR}{3} [3\sqrt{2} - 2 \sin \theta - 4 \cos \theta] \quad (11)$$

$$N_2 = \frac{2mg}{3} (2 \sin \theta + 7 \cos \theta - 3\sqrt{2}) \quad (12)$$

$$N_1 = \frac{mg}{3} (5 \sin \theta + 4 \cos \theta - 3\sqrt{2}) \quad (13)$$

$$T = \frac{\sqrt{2}m_1m_2g \cos(\theta - \pi / 4)}{m_1 + m_2} \quad (14)$$

$$T(\theta = \theta_0 = \pi / 4) = \frac{2}{3}\sqrt{2}mg \quad (15)$$

.....1.5p

B.b) 1.5p

Din (12):

$$N_2(\alpha) = 2 \sin \alpha + 7 \cos \alpha - 3\sqrt{2} = 0 \quad (16)$$

Din (16) se obtine

$$7\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 3\sqrt{2} - 2 \sin \alpha, \text{1p}$$

care are solutia pozitiva (α este in primul cadran) $\sin \alpha \approx 0.94$. In consecinta,

$$N_1 = \frac{mg}{3} (5 \sin \alpha + 4 \cos \alpha - 3\sqrt{2}) \approx 0.60 \times mg > 0, \quad (17) \text{0.5p}$$

solutie in conformitate cu sensul fizic: corpul m_1 este in contact cu emisfera si apasa cu o forta mai mica decat greutatea lui asupra emisferei cand m_2 se desprinde.