

Concursul de Fizică Dragomir Hurmuzescu 2025 - Etapa națională

Sándor Bulcsú <bulcsu.sandor@ubbcluj.ro>

Problema

Un ciclu termodinamic constă din patru transformări:

- **1-2:** proces izocoric, presiunea crește;
- **2-3:** proces izobar, gazul se dilată;
- **3-4:** presiunea scade liniar (!) în funcție de volum în timp ce volumul crește
- **4-1:** proces izobar, gazul este comprimat.

Se cunosc următoarele relații:

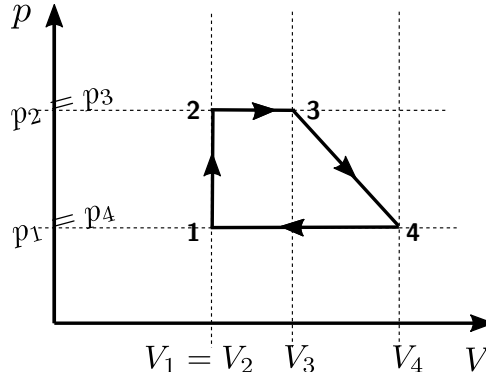
$$\frac{T_2}{T_1} = \alpha > 1, \quad \frac{T_3}{T_2} = \beta > 1, \quad T_2 = T_4.$$

Între presiunile și volumele din starea 3 și starea 4 există relația:

$$p_3 V_3^2 = p_4 V_4^2.$$

Ciclul utilizează ca mediu de lucru un gaz monoatomic cu cantitatea de substanță ν , iar temperatura T_1 și constanta universală a gazului ideal R sunt considerate cunoscute.

- Să se reprezinte ciclul pe diagrama $p - V$ și să se determine relația dintre parametrii α și β .
- Să se determine lucrul mecanic efectuat de gaz în cadrul ciclului, exprimându-l în funcție de β , ν și T_1 .
- Este posibil ca, în timpul procesului 3-4, cantitatea totală de căldură schimbată să fie zero? Dacă da, pentru ce valoare a parametrului β ?
- Dacă $\beta = 2$, cât este temperatura maximă din ciclu, exprimată în funcție de T_1 ?

Barem(a) (2 p) Diagrama în $p - V$:

Pentru cele patru transformări:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \alpha \quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \beta \quad \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} = \alpha \quad (1)$$

$$p_3 V_3^2 = p_4 V_4^2 \Rightarrow T_3 V_3 = T_4 V_4 \Rightarrow \beta^2 = \alpha \quad (2)$$

(b) (2 p) Lucrul mecanic efectuat de gaz:

$$L = \frac{1}{2}(V_3 - V_2 + V_4 - V_1)(p_2 - p_1) = \frac{1}{2}\nu RT_1(\beta^2 + \beta - 2)(\beta^2 - 1) \quad (3)$$

(c) (3 p)

Variația de energia internă și lucrul mecanic efectuat în procesul 3-4:

$$\Delta U_{34} = \nu C_V(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}\nu RT_1\beta^2(1 - \beta) \quad (4)$$

$$L_{34} = \frac{1}{2}(p_3 + p_4)(V_4 - V_3) = \frac{1}{2}\nu RT_1\beta(\beta^2 + 1)(\beta - 1) \quad (5)$$

Căldura totală schimbată în procesul 3-4:

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + L_{34} = \frac{1}{2}\nu RT_1\beta(\beta - 1)(\beta^2 - 3\beta + 1) \quad (6)$$

$$Q_{34} = 0 \Leftrightarrow \beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta_{1,2} = \frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{5}) \quad (7)$$

Deoarece $\beta > 1$, căldura totală schimbată ar fi zero pentru $\beta_1 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$

(d) (3 p)

Procesul 3-4 fiind liniar în V :

$$p(V) = aV + b \quad \Rightarrow \quad T(V) = \frac{1}{\nu R}(aV^2 + bV) \quad (8)$$

unde

$$a = \frac{p_3 - p_4}{V_3 - V_4} = -\frac{p_1}{V_1} \frac{\beta + 1}{\beta} \quad (9)$$

$$b = p_3 - aV_3 = p_1(\beta^2 + \beta + 1) \quad (10)$$

Temperatura maximă T^* este atinsă în procesul 3-4 la volumul V^* :

$$\frac{dT}{dV} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V^* = -\frac{b}{2a} \quad \Rightarrow \quad (11)$$

$$T^* = \frac{1}{\nu R}(a(V^*)^2 + bV^*) = \frac{1}{4}T_1 \frac{(\beta^2 + \beta + 1)^2 \beta}{\beta + 1} \quad (12)$$

Pentru $\beta = 2$ temperatura maximă atinsă este:

$$T^* = \frac{49}{6}T_1 \quad V^* = \frac{7}{3}V_1 \quad (13)$$

Verificare:

$$T_4 = 4T_1 < T_3 = 8T_1 < T^* = \frac{49}{6}T_1 \quad (14)$$

$$V_3 = 2V_1 < V^* = \frac{7}{3}V_1 < V_4 = 4V_1 \quad (15)$$

Concursul Național de Fizică "Dragomir Hurmuzescu"
Etapa Națională - Aprilie 2025

Subiectul al II-lea (10 puncte)

Șah electrostatic: Jocul de șah își are originile în India antică, unde, în jurul secolului al VI-lea d.Hr., era considerat o reprezentare simbolică a câmpului de luptă. De-a lungul timpului, șahul a fost apreciat nu doar ca formă de divertisment, ci și ca exercițiu intelectual, capabil să dezvolte gândirea strategică, răbdarea și analiza tactică. Unii spuneau că "este un joc de război – dar unul în care bătălia se poartă în minte".

Minifizicus, un student pasionat de șah și electromagnetism, s-a gândit să modifice regulile acestui joc și să creeze o versiune nouă de șah pe care a numit-o "*Șah electrostatic*". Acest joc are următoarele reguli:

- 1) Fiecare piesă de pe tabla de șah este încărcată cu sarcină electrică.
- 2) Piesele de pe tabla de șah ale unui jucător interacționează **doar** cu piesele adversarului, prin forțe electrostatice, descrise de legea lui Coulomb. Se consideră că dimensiunile pieselor sunt mult mai mici decât distanța dintre ele.
- 3) Piesele se pot deplasa pe tabla de șah conform regulilor din șahul clasic.
- 4) Se consideră **poziție de Șah-mat** (joc câștigat) atunci când **regele este în poziție de șah clasic**, iar **forța electrostatică dintre acel rege și regina adversarului atinge valoarea maximă posibilă**.
- 5) Dacă regele este în poziție de Șah-mat, dar forța electrostatică dintre acel rege și regina adversarului nu este maximă, se consideră **remiză**.

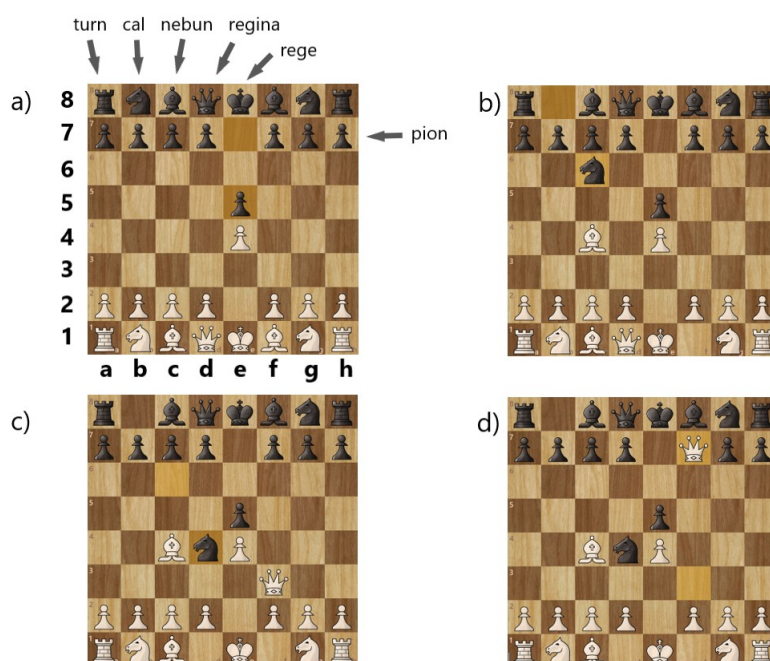


Figura 1. Matul din patru mutări: pion alb $e2 \rightarrow e4$, pion negru $e7 \rightarrow e5$ (a), nebun alb $f1 \rightarrow c4$, cal negru $b8 \rightarrow c6$ (b), regina albă $d1 \rightarrow f3$, cal negru $c6 \rightarrow d4$ (c) regina albă $f3 \rightarrow f7$

a) (2.5 puncte) Matul din patru mutări (cunoscut drept matul începătorului) este cea mai simplă variantă de a câștiga o partidă de șah împotriva unui începător. O variantă a acestuia este prezentată în Figura 1. Tabla de șah este împărțită în 8×8 pătrățele cu latura $l = 5.7$ cm, pătrățelele fiind identificate folosind indici de la 1 la 8 pe coloană și de la a la h pe linie (de ex.: regina neagră este la d8). Găsiți piesa albă de pe tabla de șah (poziția ei - linie și coloană), din Figura 1 c), pusă deja în mișcare de jucător, pentru care interacțiunea electrostatică dintre această piesă și regele negru (aflat pe poziția e8) este maximă și calculați această forță. Se consideră că piesele de șah sunt în centrul pătratului pe care se află, iar tabla de șah este confecționată dintr-un material izolator. Se cunosc sarcinile electrice ale pieselor de șah: $Q_{pion} = 1.6 \cdot 10^{-7}$ C, $Q_{nebun} = 2.3 \cdot 10^{-7}$ C, $Q_{rege} = 0.9 \cdot 10^{-7}$ C, $Q_{regina} = 0.2 \cdot 10^{-7}$ C și permitivitatea electrică a aerului, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

b) (1 punct) În condițiile din Figura 1 d), după regulile șahului clasic, regele negru este în poziție de șah-mat (nu are unde muta fără a fi în șah). Se consideră șah-mat după regulile șahului electrostatic? Justificați răspunsul.

c) (2.5 puncte) Pionul - una dintre piesele de pe tabla de șah, este alcătuit din doi cilindri cu raza cercului ce formează baza acestora " a_1 ", respectiv " a_2 ", având înălțimea cilindrului " h_1 ", respectiv " h_2 " și o sferă de rază " a_3 " (Figura 2). Considerând că fiecare element este încărcat cu o sarcină electrică cu densitatea volumică de sarcină într-un punct $\rho = \rho_0(1 - \frac{r^2}{a_i^2} + e^{-\frac{r}{a_i}})$, cu $i=1, 2$ sau 3 și r - distanța de la acel punct la centrul sferei, respectiv la axa de simetrie a cilindrului, găsiți expresia matematică a sarcinii electrice totale a pionului.

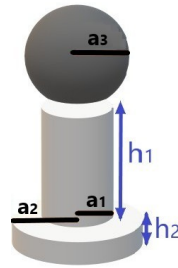


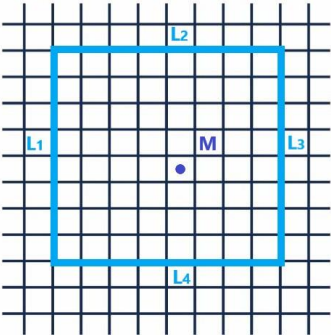
Figura 2. Pionul, una dintre piesele de pe tabla de șah

d) (4 puncte) Cele patru laturi ale tablei de șah sunt acum încărcate cu densitatea liniară de sarcină $\lambda = 1.4 \cdot 10^{-7}$ C/m. Calculați forța cu care tabla de șah acționează asupra pionului de la poziția e4, având sarcina electrică dată la subpunctul a) și unghiul sub care este orientată această forță.

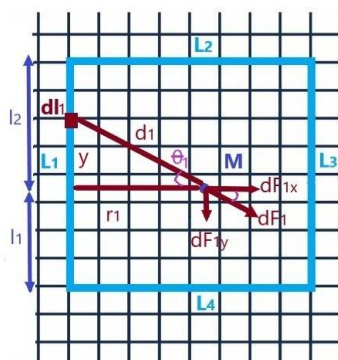
*subiect propus de Asist. Univ. Andrea SIMION
Facultatea de Fizică, Universitatea Babeș Bolyai*

Rezolvare	Punctaj
a) Forța de interacțiune electrostatică este dată de relația: $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$ unde Q_1 și Q_2 sunt sarcinile electrice ale celor două piese de șah între care se calculează forța, d este distanța dintre ele, iar ϵ_0 este permitivitatea electrică. Piesele albului care au fost puse deja în mișcare până în momentul prezentat în Figura 1c) sunt: (i) pion (e4), (ii) nebun (c4) și (iii) regină (f3). Forțele de interacțiune dintre regele negru (e8) și cele trei piese albe sunt: $F_{rege-pion} = \frac{Q_{rege} Q_{pion}}{4\pi\epsilon_0 (4l)^2}$ $F_{rege-nebun} = \frac{Q_{rege} Q_{nebun}}{4\pi\epsilon_0 [(4l)^2 + (2l)^2]}$ $F_{rege-regina} = \frac{Q_{rege} Q_{regina}}{4\pi\epsilon_0 [(5l)^2 + l^2]}$ unde l reprezintă latura unui pătrat de pe tabla de șah. Înlocuind numeric, se obține: $F_{rege-pion} = 2.49 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ $F_{rege-nebun} = 2.86 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ $F_{rege-regina} = 0.19 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ Prin urmare, forța electrostatică maximă se obține între regele negru (e8) și nebunul alb (c4), având valoarea $F = 2.86 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.	2.5 p 0.3 p 0.2 p 0.4 p 0.4 p 0.4 p 0.2 p 0.2 p 0.2 p 0.2 p
b) Deși regele este în poziție de șah și nu are unde muta, NU se consideră poziție de șah-mat după regulile șahului electrostatic, deoarece forța de interacțiune dintre regele negru și regina albă nu atinge valoarea maximă posibilă, distanța dintre cele două piese fiind $\sqrt{2}l$ (Figura 2d). Astfel, se consideră remiză. Pentru a fi considerat șah-mat, distanța dintre rege și regină ar trebui să fie l. Așadar, dacă regele negru este pe poziția e8, regina albă ar trebui să fie în una din pozițiile d8, e7 sau f8.	1 p

c) Sarcina electrică totală a pionului poate fi calculată că fiind suma dintre sarcina electrică pe sferă și sarcinile electrice pe cei doi cilindri: $Q_{pion} = Q_{sferă} + Q_{cilindru\ 1} + Q_{cilindru\ 2}$ Densitatea volumică de sarcină (ρ) este dată de relația: $\rho = \frac{dq}{dV}$ unde dq este elementul de sarcină iar dV reprezintă elementul de volum. Atunci: $dq = \rho dV = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a_i^2} + e^{-\frac{r}{a_i}} \right), \text{ cu } i = 1, 2 \text{ sau } 3$ Elementele de volum pentru sferă, respectiv cilindru sunt: $dV_{sferă} = 4\pi r^2 dr$ $dV_{cilindru} = 2\pi r h dr$ Sarcina electrică pe sferă este: $Q_{sferă} = \int_0^{a_3} \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a_i^2} + e^{-\frac{r}{a_i}} \right) 4\pi r^2 dr$ $Q_{sferă} = 4\pi \rho_0 \left[\int_0^{a_3} r^2 dr - \frac{1}{a_3^2} \int_0^{a_3} r^4 dr + \int_0^{a_3} r^2 e^{-\frac{r}{a_3}} dr \right]$ Calculând integralele obținem: $\int_0^{a_3} r^2 dr = \frac{a_3^3}{3}, \quad \int_0^{a_3} r^4 dr = \frac{a_3^5}{5} \quad \text{si} \quad \int_0^{a_3} r^2 e^{-\frac{r}{a_3}} dr = a_3^3 \left(\frac{2}{1} - \frac{5}{e} \right)$ Atunci, $Q_{sferă} = 4\pi \rho_0 a_3^3 \left(\frac{32}{15} - \frac{5}{e} \right)$	2.5 p 0.1 p 0.1 p 0.1 p 0.2 p 0.1 p 0.3 p 0.1 p
---	--

Sarcina electrică pe cilindrul cu raza cercului ce formează baza a_1 și înălțime h_1 este: $Q_{cilindru\ 1} = \int_0^{a_1} \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a_1^2} + e^{-\frac{r}{a_1}} \right) 2\pi r h_1 dr$ $Q_{cilindru\ 1} = 2\pi \rho_0 h_1 \left[\int_0^{a_1} r dr - \frac{1}{a_1^2} \int_0^{a_1} r^3 dr + \int_0^{a_1} r e^{-\frac{r}{a_1}} r dr \right]$ Calculând integralele obținem: $\int_0^{a_1} r dr = \frac{a_1^2}{2}, \quad \int_0^{a_1} r^3 dr = \frac{a_1^4}{4} \quad \text{si} \quad \int_0^{a_1} r e^{-\frac{r}{a_1}} dr = a_1^2 \left(1 - \frac{2}{e} \right)$ Atunci, $Q_{cilindru\ 1} = 2\pi \rho_0 h_1 a_1^2 \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{e} \right)$ În mod similar, pentru cilindrul cu raza cercului ce formează baza a_2 și înălțime h_2 se obține: $Q_{cilindru\ 2} = 2\pi \rho_0 h_2 a_2^2 \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{e} \right)$ Însumând cele trei sarcini electrice, rezultă sarcina electrică a pionului: $Q_{pion} = 4\pi \rho_0 a_3^3 \left(\frac{32}{15} - \frac{5}{e} \right) + 2\pi \rho_0 \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{e} \right) (h_1 a_1^2 + h_2 a_2^2)$	0.1 p 0.3 p 0.1 p 0.5 p 0.5 p
d)  În figura alăturată, este reprezentat pătratul metalic, cu laturile numerotate L1, L2, L3 și L4, iar M este punctul în care se cere să aflăm forța de interacțiune electrostatică dintre marginea metalizată a tablei de șah și pionul de pe poziția e4. Calculăm forța de interacțiune dintre fiecare latură a pătratului cu sarcina din punctul M. Apoi: $\vec{F}_{\text{tablă-pion}} = \vec{F}_{L1\text{-pion}} + \vec{F}_{L2\text{-pion}} + \vec{F}_{L3\text{-pion}} + \vec{F}_{L4\text{-pion}}$	4 p 0.2 p

Calculăm forța de interacțiune dintre latura L1 și pion:



$$dF_1 = \frac{dq \cdot q_{pion}}{4\pi\epsilon_0(r_1^2 + y^2)}; \quad dq = \lambda dy$$

Calculăm cele două componente ale forței:

$$dF_{1x} = dF_1 \cdot \cos\theta_1 = \frac{q_{pion} \cdot r_1 \cdot \lambda dy}{4\pi\epsilon_0(r_1^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$dF_{1y} = dF_1 \cdot \sin\theta_1 = \frac{q_{pion} \cdot y \cdot \lambda dy}{4\pi\epsilon_0(r_1^2 + y^2)^{3/2}}$$

Atunci:

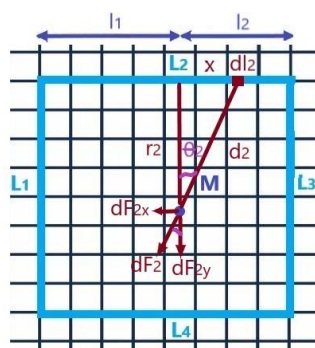
$$F_{1x} = \frac{q_{pion} \cdot r_1 \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dy}{(r_1^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot r_1 \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{l_2}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + l_2^2}} + \frac{l_1}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + l_1^2}} \right)$$

$$F_{1y} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{y dy}{(r_1^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{r_1^2 + l_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + l_1^2}} \right)$$

Știind că $l_1 = 3.5l$, $l_2 = 4.5l$ și $r_1 = 4.5l$, se obține:

$$F_{1x} = 0.29 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}, \quad F_{1y} = 0.02 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

Calculăm forța de interacțiune dintre latura L2 și pion:



$$dF_2 = \frac{dq \cdot q_{pion}}{4\pi\epsilon_0(r_2^2 + x^2)}; \quad dq = \lambda dx$$

Calculăm cele două componente ale forței:

$$dF_{2x} = dF_2 \cdot \sin\theta_1 = \frac{q_{pion} \cdot x \cdot \lambda dx}{4\pi\epsilon_0(r_2^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$dF_{2y} = dF_2 \cdot \cos\theta_1 = \frac{q_{pion} \cdot r_2 \cdot \lambda dx}{4\pi\epsilon_0(r_2^2 + x^2)^{3/2}}$$

Atunci:

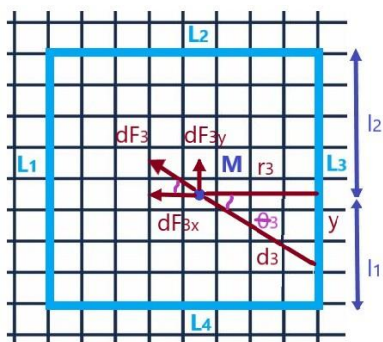
$$F_{2x} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{x dx}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{r_2^2 + l_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_2^2 + l_1^2}} \right)$$

$$F_{2y} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda \cdot r_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dx}{(r_2^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda \cdot r_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{l_2}{r_2^2 \sqrt{r_2^2 + l_2^2}} + \frac{l_1}{r_2^2 \sqrt{r_2^2 + l_1^2}} \right)$$

Știind că $l_1 = 4.5l$, $l_2 = 3.5l$ și $r_2 = 4.5l$, se obține:

$$F_{2x} = -0.02 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}, \quad F_{2y} = 0.29 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

Calculăm forța de interacțiune dintre latura L3 și pion:



$$dF_3 = \frac{dq \cdot q_{pion}}{4\pi\epsilon_0(r_3^2 + y^2)}; \quad dq = \lambda dy$$

Calculăm cele două componente ale forței:

$$dF_{3x} = dF_3 \cdot \cos\theta_3 = \frac{q_{pion} \cdot r_3 \cdot \lambda dy}{4\pi\epsilon_0(r_3^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$dF_{3y} = dF_3 \cdot \sin\theta_3 = \frac{q_{pion} \cdot y \cdot \lambda dy}{4\pi\epsilon_0(r_3^2 + y^2)^{3/2}}$$

Atunci:

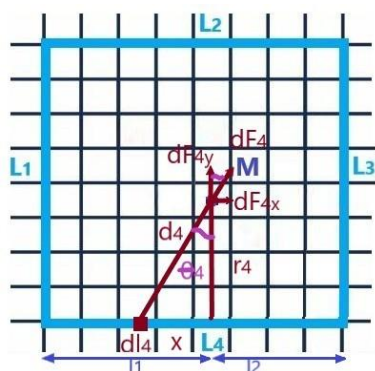
$$F_{3x} = \frac{q_{pion} \cdot r_3 \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dy}{(r_3^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot r_3 \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{l_2}{r_3^2 \sqrt{r_3^2 + l_2^2}} + \frac{l_1}{r_3^2 \sqrt{r_3^2 + l_1^2}} \right)$$

$$F_{3y} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{y dy}{(r_3^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{r_3^2 + l_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_3^2 + l_1^2}} \right)$$

Știind că $l_1 = 3.5l$, $l_2 = 4.5l$ și $r_3 = 3.5l$, se obține:

$$F_{3x} = 0.43 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}, \quad F_{3y} = 0.03 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

Calculăm forța de interacțiune dintre latura L4 și pion:



$$dF_4 = \frac{dq \cdot q_{pion}}{4\pi\epsilon_0(r_4^2 + x^2)}; \quad dq = \lambda dx$$

Calculăm cele două componente ale forței:

$$dF_{4x} = dF_4 \cdot \sin\theta_4 = \frac{q_{pion} \cdot x \cdot \lambda dx}{4\pi\epsilon_0(r_4^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$dF_{4y} = dF_4 \cdot \cos\theta_4 = \frac{q_{pion} \cdot r_2 \cdot \lambda dx}{4\pi\epsilon_0(r_4^2 + x^2)^{3/2}}$$

Atunci:

$$F_{4x} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{x dx}{(r_4^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{r_4^2 + l_2^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_4^2 + l_1^2}} \right)$$

0.2 p

$$F_{4y} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda \cdot r_4}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dx}{(r_4^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{q_{pion} \cdot \lambda \cdot r_4}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{l_2}{r_4^2 \sqrt{r_4^2 + l_2^2}} + \frac{l_1}{r_4^2 \sqrt{r_4^2 + l_1^2}} \right)$$

0.2 p

Știind că $l_1 = 4.5l$, $l_2 = 3.5l$ și $r_3 = 3.5l$, se obține:

0.1 p

$$F_{4x} = -0.03 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}, \quad F_{4y} = 0.43 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

Calculăm componentele F_x și F_y ale forței rezultante. Vectorial se poate scrie:

$$\begin{aligned} \vec{F}_x &= \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} + \vec{F}_{4x} \\ \vec{F}_y &= \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} + \vec{F}_{4y} \end{aligned}$$

0.1 p

Atunci:

$$F_x = (0.29 - 0.02 + 0.43 - 0.03) \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l} = 0.67 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

0.1 p

$$F_y = (0.02 + 0.29 + 0.03 + 0.43) \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l} = 0.77 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l}$$

0.1 p

iar forța rezultantă este:

0.2 p

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 1.02 \cdot \frac{q_{pion} \cdot \lambda}{4\pi\epsilon_0 l} = 1.02 \cdot 0.35 \cdot 10^{-3} = 0.36 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

orientată sub unghiul:

0.1 p

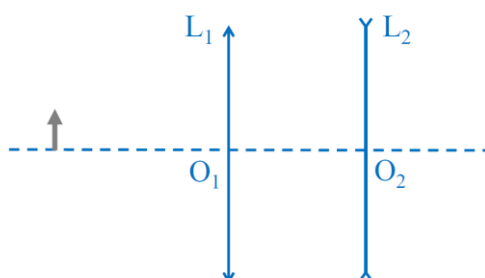
$$\theta = \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \approx 1.0623 \text{ radiani} \approx 60.9^\circ$$

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, etapa națională, Timișoara, 5 aprilie 2025
Subiecte – anul II

pagina 1 din 5

Subiectul III – OPTICĂ (10 puncte)

Un sistem optic este format din două lentile subțiri, L_1 și L_2 , prima convergentă iar cealaltă divergentă. Lentilele au axa optică comună (după cum se observă în figură), distanțele focale ale acestora fiind $|f_1| = 8$ cm și, respectiv, $|f_2| = 5$ cm.



- Determinați distanța L la care trebuie plasată lentila divergentă față de lentila convergentă, pentru ca imaginea unui obiect liniar, perpendicular pe axa optică a sistemului, aflat în stânga sistemului, la distanța de 18 cm față de lentila convergentă, să se formeze la infinit. În această situație, reprezentați propagarea razelor de lumină prin sistemul optic.
- Cu ajutorul sistemului format din cele două lentile, se realizează teleobiectivul unui aparat fotografic. Știind că pelicula fotografică se află în dreapta lentilei divergente, la distanța $D = 45$ cm față de aceasta, perpendicular pe axa optică comună a celor două lentile, aflați distanța l la care trebuie plasată lentila divergentă față de lentila convergentă, pentru ca imaginile obiectelor foarte îndepărtate (aflate la infinit) să se formeze pe peliculă.
- Determinați distanța focală a teleobiectivului fotografic și reprezentați propagarea razelor de lumină prin sistem, în condițiile punctului b) al problemei.
- Cu ajutorul teleobiectivului realizat în condițiile punctului b) al problemei, se fotografiază suprafața terestră dintr-un avion. Pe film se pot distinge detalii cu lungimea minimă $|a| = 0,05$ mm, iar de pe suprafața terestră trebuie să poată fi distinse detalii cu lungimea $|b| = 10$ cm. La ce altitudine maximă poate zbura avionul și cu ce viteză maximă poate zbura, dacă timpul de expunere a peliculei la razele de lumină este $\tau = 1$ ms?

Subiect propus de:

Lector Univ. Dr. Liliana LIGHEZAN

- Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
- Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, etapa națională, Timișoara, 5 aprilie 2025
Subiecte – anul II

pagina 2 din 5

Facultatea de Fizică, Universitatea de Vest din Timișoara

Barem de corectare

Oficiu **1 punct**

- a) Conform figurii 1, obiectul AB se află la distanța $p_1 = -18$ cm față de lentila L_1 . În absența lentilei L_2 , lentila L_1 ar forma imaginea A'B' a obiectului la distanța p'_1 față de L_1 .

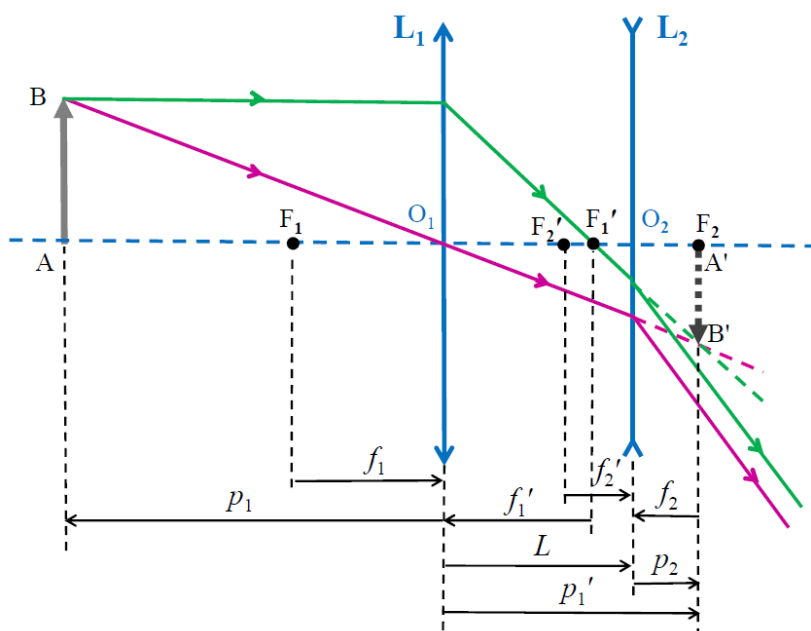


Fig. 1

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1}$$

$$p'_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 + f_1} = 14,4 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

În prezența lentilei L_2 , aceasta formează imaginea finală a obiectului la infinit. Rezultă că imaginea intermediară A'B' data de L_1 trebuie să se afle în focarul obiect F_2 al lentilei L_2 . Astfel, conform figurii, distanța dintre lentile este:

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, etapa națională, Timișoara, 5 aprilie 2025
Subiecte – anul II

pagina 3 din 5

$$L = p'_1 - (-f_2) = p'_1 + f_2$$

$$L = 14,4 \text{ cm} + (-5 \text{ cm}) = 9,4 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{1 punct}$$

Figura 1 1 punct

- b) Pentru realizarea teleobiectivului fotografic, lentila L_2 trebuie plasată cu centrul optic O_2 între O_1 și focarul imagine F_1' al lentilei L_1 . Astfel, conform figurii 2, imaginea finală formată pe pelicula fotografică va fi la distanța $p'_2 = D$ față de L_2 .

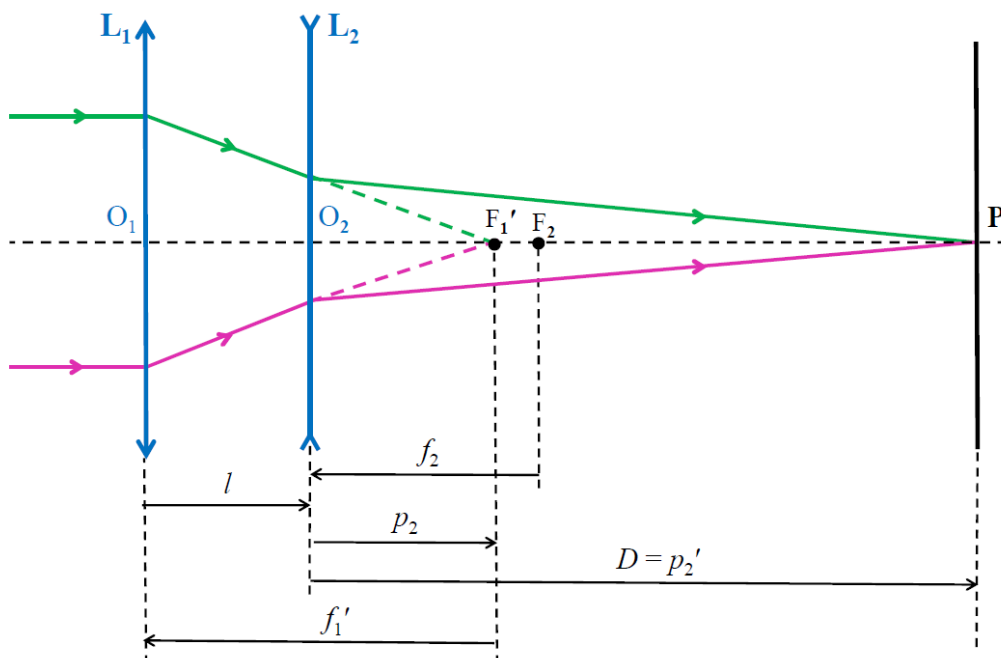


Fig. 2

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p_2}$$

$$p_2 = \frac{f_2 D}{f_2 - D} = 4,5 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{1 punct}$$

$$l = -f'_1 - p_2 = f_1 - p_2$$

$$l = 8 \text{ cm} - 4,5 \text{ cm} = 3,5 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{1 punct}$$

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, etapa națională, Timișoara, 5 aprilie 2025
Subiecte – anul II

pagina 4 din 5

- c) Distanța focală f a teleobiectivului (compus din sistemul celor două lentile) este:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{l}{f_1 f_2} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$$

$$f = 80 \text{ cm} , \quad f' = -f = -80 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots \text{1 punct}$$

Figura 2 1 punct

- d) Ținând seama că altitudinea H la care zboară avionul este mult mai mare decât distanța focală a teleobiectivului, $H \gg f$, imaginile obiectelor de pe suprafața terestră trebuie să se formeze în planul focal imagine al teleobiectivului.
Pentru a fi distinse detaliile dorite, imaginile de lungime $|y'| \geq |a|$ de pe peliculă trebuie să provină de la obiecte de pe teren cu lungimea $|y| \leq |b|$.

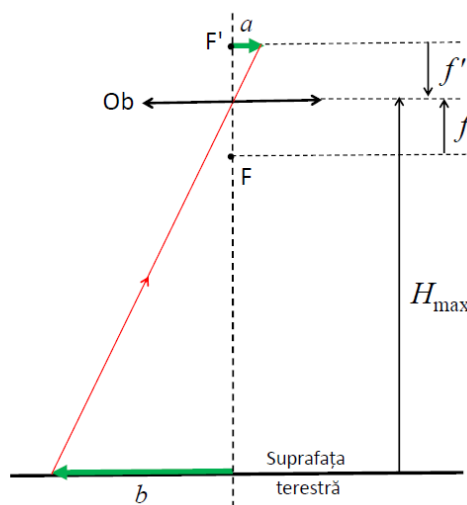


Fig. 3

Conform figurii 3, pentru $y' = a = -0,05 \text{ mm}$, trebuie să avem $y_{\max} = b = 10 \text{ cm}$, iar din asemănarea triunghiurilor, obținem înălțimea maximă la care poate zbura avionul:

$$\frac{-a}{b} = \frac{-f'}{H_{\max}}$$

$$H_{\max} = -\frac{b}{a} f = 1600 \text{ m} \quad \dots\dots\dots \text{1 punct}$$

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.

Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”
ediția a XIII-a, etapa națională, Timișoara, 5 aprilie 2025
Subiecte – anul II

pagina 5 din 5

În timpul de expunere τ , aparatul de fotografiat trebuie să se deplaseze față de obiectele fotografiate pe o distanță cel mult egală cu lungimea b a detaliilor de pe suprafața terestră care trebuie distinse în imagini. Astfel, avionul se poate deplasa cu viteza maximă:

$$v_{\max} = \frac{b}{\tau} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, studentul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către studenți.
4. Studenții au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10. Punctajul final reprezintă suma acestora.