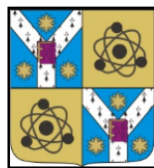


Universitatea “Alexandru Ioan Cuza” din Iași
Facultatea de Fizică



REZUMAT
TEZĂ DE DOCTORAT

CONTRIBUȚII LA DEZVOLTAREA TEORIEI
RELATIVITĂȚII DE SCALĂ. FUNDAMENTE ȘI APLICAȚII

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC

Prof. Univ. Dr. Maricel AGOP

DOCTORAND

Ana Maria ROTUNDU căs. BOTEZATU

IAȘI- 2025

Cuprins

Introducere.....	5
1. Elemente fundamentale de dinamică nelineară.....	7
1.1. Generalități	7
1.2. Atractori și haos.....	11
1.3. Conexiunea dintre complexitate și haos în contextul teoremei Poincaré-Bendixson	23
Bibliografie capitol.....	32
2. Teoria relativității de scară. Corespondența acestei teorii cu alte teorii ale fizicii	36
2.1. Principiul relativității de scară și analiza ipotezei diferențiabilității	36
2.2. Nediferențiabilitate și fractalitate.....	45
2.3. Conexiunea dintre fizica atmosferei și fractalitate.....	55
Bibliografie capitol	57
3. Teoria multifractală a mișcării. Fundamente și aplicații.....	65
3.1. Bazele dinamicii multifractale.....	65
3.2. Aplicații generale ale dinamicilor multifractale.....	73
3.3. Dezvoltarea farmacocineticii multifractale.....	79
Bibliografie capitol	89
4. Proiectări teoretice și experimentale ale atmosferei prin teoria multifractală a mișcării.....	95
4.1. Stratul limită planetar ca structură atmosferică.....	95

4.2. Dinamici ale stratului limită planetar (SLP) mimate prin efectul tunel de tip multifractal.....	99
4.3. Validarea metodelor multifractale pe baza rezultatelor experimentale	107
Bibliografie capitol.....	117
Concluzii.....	121
Bibliografie.....	123
Listă de lucrări.....	137

Introducere

Fizica modernă a demonstrat că numeroase fenomene naturale nu pot fi explicate prin modele liniare, ci necesită o abordare care să includă neliniaritatea, complexitatea și sensibilitatea la condițiile inițiale. În acest context, dinamica neliniară, relativitatea de scară și teoria multifractală a mișcării devine instrumente esențiale pentru înțelegerea sistemelor complexe. Apariția conceptelor de haos determinist și fractalitatea a condus la dezvoltarea unor modele noi, cu aplicații atât în domeniul fundamental, cât și în cel aplicativ.

Teza de doctorat are ca obiectiv integrarea acestor direcții teoretice într-un cadru unitar și aplicarea lor în două domenii distincte, dar convergente prin complexitate: fizica atmosferei și farmacocinetică. În fizica atmosferei, modelele multifractale permit descrierea stratului limită planetar și a tranzițiilor bruște dintre regimuri dinamice, în timp ce în farmacocinetică, aceleași concepte pot explica variațiile eliberării controlate a medicamentelor și pot contribui la dezvoltarea medicinei personalizate.

Structura lucrării urmează un fir logic de la fundamente teoretice către aplicații practice. Primul capitol prezintă elemente de bază ale dinamicii neliniare și a haosului. Al doilea capitol dezvoltă teoria relativității de scară, cu implicații în fizica atmosferică. Capitolul al treilea detaliază teoria multifractală a mișcării și introduce

farmacocinetica multifractală, iar capitolul al patrulea aplică aceste concepte la studiul atmosferei, validat prin date experimentale.

Lucrarea se încheie cu concluzii și direcții de cercetare viitoare.

Capitolul 1: Elemente fundamentale de dinamică nelineară

1.1 Generalități

În cadrul acestui capitol, se explorează un domeniu științific complex, oferind o aprofundare a dinamicii nelineare. Acesta este un subiect de cercetare în continuă evoluție, care are implicații semnificative într-o gamă largă de domenii, de la fizică și matematică până la biologie și economie. Domeniul se concentrează pe studiul sistemelor care prezintă comportamente complexe și imprevizibile, depășind limitele teoriilor și modelelor liniare tradiționale. În acest subcapitol, se va explora definiția și importanța dinamicii nelineare, și se vor analiza diferențele esențiale dintre ce înseamnă linear și nelinear. Această secțiune va pune bazele pentru explorarea ulterioară a conceptelor dinamicii nelineare și va sublinia nevoia de a aborda aceste sisteme dintr-o perspectivă nouă și inovatoare. Apoi, în cadrul acestui capitol se vor sedimenta noțiunile de atractor și haos, și se va discuta în profunzime despre implicațiile teoremei Poincaré-Bendixson, în special în conexiune cu relația dintre haos și complexitate. Prin intermediul acestui capitol, se propune să se ofere o perspectivă cuprinzătoare și bine fundamentată asupra elementelor fundamentale de dinamică nelineară.

Ca exemplu, se ia în considerare reacția unui leagăn: pentru forțe mici, oscilațiile pot fi considerate liniare, dar odată cu creșterea amplitudinii, sistemul devine neliniar și imposibil de descris prin ecuații

simple. Astfel, neliniaritatea apare ca un fenomen emergent atunci când parametrii depășesc anumite praguri critice.

Din perspectiva spațiului de fază, fiecare stare a sistemului poate fi reprezentată geometric. Într-un sistem liniar, traiectoriile apropiate rămân apropiate; în schimb, într-un sistem neliniar, traiectoriile inițiale apropiate pot diverge exponențial, fenomen ce anticipează apariția haosului determinist. Următorul capitol va conține o descriere mai completă a acestei noțiuni.

1.2 Atractori și haos

Teoria haosului analizează comportamentele sistemelor neliniare sensibile la condițiile inițiale.

Efectul fluture, un principiu de bază al haosului, descrie modul în care o mică variație inițială poate conduce la traiectorii radical diferite. Astfel de sisteme, deși determinate prin ecuații deterministe, devin imprevizibile pe termen lung.

Atractorii sunt structuri fundamentale în dinamica neliniară. Ei reprezintă seturi spre care converg traiectoriile unui sistem după o evoluție îndelungată. Exemplu: punct fix, ciclu limită, atractori stranii. Atractorii haotici se caracterizează prin sensibilitate extremă la condițiile inițiale și prin geometrie fractală.

Un exemplu foarte comun al comportamentului haotic dat de o ecuație simplă din punct de vedere matematic este o funcție continuă bine-cunoscută sub numele de harta logistică:

$$x(t+1) = f_r[x(t)] = rx(t)[1-x(t)]$$

Aceasta ilustrează tranziția de la ordine la haos prin succesiuni de bifurcații de dublare a perioadei. Constantele lui Feigenbaum ($\delta = 4.6692$ și $\alpha = 2.5029$) demonstrează universalitatea fenomenului: indiferent de funcția analizată, structura bifurcațiilor urmează aceleași rapoarte.

Spectrul semnalelor haotice este continuu, indicând o suprapunere de multiple mișcări periodice instabile. Haosul este astfel o combinație de ordine locală și dezordine globală, ceea ce îl face dificil de anticipat, dar și fascinant din punct de vedere științific.

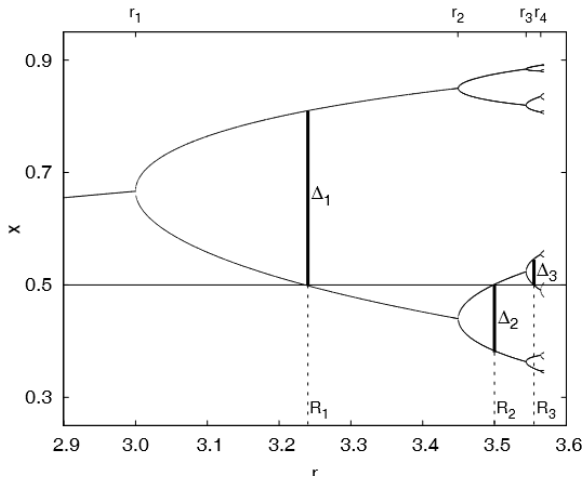


Figura 1.6. Reprezentarea diagramei de bifurcație în intervalul $r \in \{2.9, 3.569\}$, intervalul în care orbitele trec de la perioada 1 la 16.

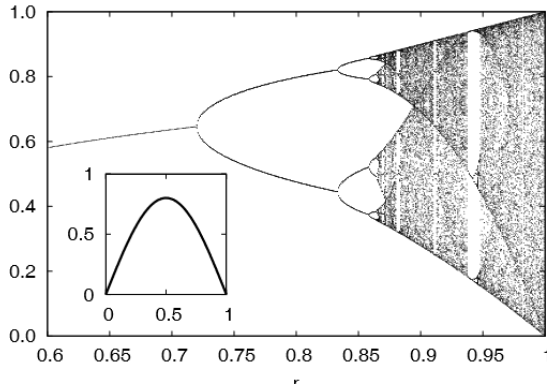


Fig. 1.7. Diagrama de bifurcare a hărții sinusului (în insertie), generată în același mod ca și harta logistică [21].

Valorile α și δ , numite constante ale lui Feigenbaum, nu sunt specificate pentru harta logistică ci sunt generale, care caracterizează perioada de dublare a tuturor hărților unimodale pătrate. De exemplu, a se observa asemănarea diagramei de bifurcație a hărții de sinus:

$$x(t + 1) = r \sin[\pi x(t)]$$

prezentată în Fig. 1.7, cu cea a hărții logistice. Corespondența bifurcărilor de dublare din cele două hărți este perfectă [21].

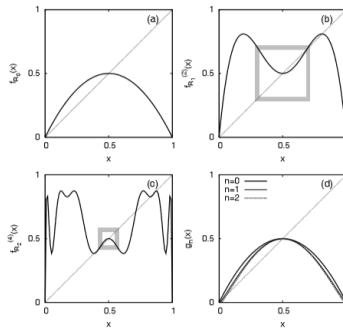


Fig. 1.8. Ilustrația schemei grupului renormalizare pentru calculul constantei lui Feigenbaum. (a) Prima iterației a orbitei superstabile a perioadei 1. (b) A doua iterație a orbitei superstabile a perioadei 2. (c) A patra iterație a orbitei superstabile a perioadei 2. (d) Suprapunere sub transformarea dublării. [21]

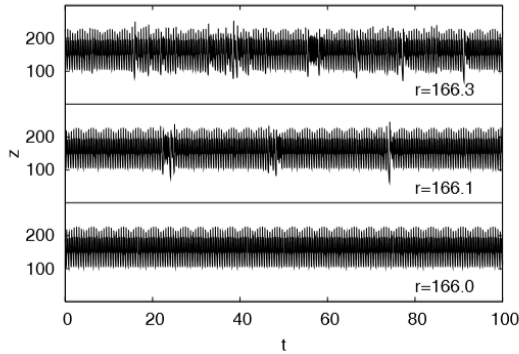


Figura 1.9. Evoluția tipică a unui sistem care devine haotic prin intermitență. Cele trei serii reprezintă evoluția lui z în sistemele Lorenz pentru $\sigma = 10$, $b = 8/3$ și pentru trei valori diferite ale r .

1.3 Conexiunea dintre complexitate și haos în contextul teoremei Poincaré-Bendixson

Teorema Poincaré-Bendixson limitează apariția haosului în sisteme continue de dimensiune redusă. Astfel, un sistem bidimensional continuu poate avea doar un punct fix sau o orbită periodică, nu și haos real. Pentru apariția haosului, este necesar un spațiu de fază tridimensional sau mai mare.

Această teoremă scoate în evidență ideea de „complexitate minimă”: haosul are nevoie de cel puțin trei variabile dinamice pentru a se manifesta. Exemple precum sistemul Lorenz confirmă acest fapt. Totuși, există și funcții care par haotice, dar de fapt nu respectă rigorile matematice ale haosului, fiind doar pseudo-haotice sau afectate de aliasing numeric (de exemplu, funcții trigonometrice simple precum $\sin(xy)$).

Astfel, complexitatea nu este sinonimă cu haosul: un sistem poate fi complex fără a fi haotic. De aceea, analiza atentă a traiectoriilor și a exponenților Lyapunov este esențială pentru a distinge între comportamentele cu adevărat haotice și cele aparent neregulate.

În concluzie, acest capitol a pus bazele conceptuale pentru întreaga teză. Au fost clarificate diferențele dintre sisteme liniare și neliniare, au fost analizate atractorii și mecanismele de apariție a haosului, iar teorema Poincaré-Bendixson a oferit un cadru pentru înțelegerea limitelor complexității. Aceste elemente creează fundamentul pentru aplicarea ulterioară a relativității de scară și a teoriei multifractale în studiul fenomenelor naturale.

2. Teoria relativității de scară. Corespondența acestei teorii cu alte teorii ale fizicii

2.1 Principiul relativității de scară și analiza ipotezei diferențiabilității

Acest subcapitol introduce conceptul central al relativității de scară: legile fizicii pot fi dependente de scara de observație. Dacă teoria relativității restrânse a lui Einstein se bazează pe invarianța vitezei luminii indiferent de sistemul de referință inerțial, relativitatea de scară extinde acest principiu la nivelul dimensiunii și al rezoluției. Astfel, proprietățile unui sistem nu sunt neapărat identice atunci când sunt analizate la scări microscopice sau macroscopice.

Ipoteza clasică a diferențiabilității spațiu-timp presupune că traiectoriile particulelor pot fi descrise prin funcții netede. Totuși, numeroase fenomene indică o posibilă structură fractală sau nediferențiabilă a spațiu-timpului, mai ales la scări foarte mici, apropiate de lungimea Planck. Relativitatea de scară propune că nediferențiabilitatea nu este un defect, ci o trăsătură fundamentală a naturii.

Această abordare permite o descriere unificată a fenomenelor de la nivel cuantic (unde predomină incertitudinea și fluctuațiile) până la nivel cosmic (unde predomină efectele relativiste). Astfel, se creează

premisele pentru o teorie coerentă care îmbină mecanica cuantică și relativitatea generală.

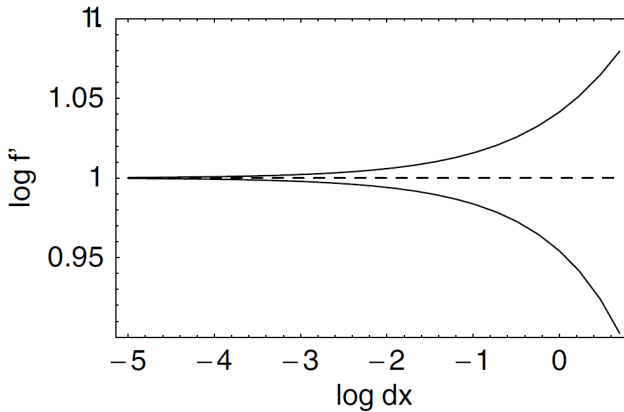


Fig. 2.1. Dependența de scară a unei derivate. Variația în funcție de scara derivatelor elementelor finite ale unei funcții diferențiabile standard, $f'_+(x, dx) = \frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}$ și $f'_-(x, dx) = \frac{f(x)-f(x-dx)}{dx}$. Figura corespunde lui $f(x) = x^2$, deci $f'_\pm(x) = 2x \pm dx$, pentru $x = 5$.

2.2 Nediferențiabilitate și fractalitate

Subcapitolul 2.2 explorează consecințele ipotezei nediferențiabilității. Dacă traiectoriile nu pot fi descrise prin funcții netede, atunci geometria spațiu-timpului devine fractală. Aceasta presupune că, indiferent cât de mult zoomăm asupra unei structuri, vom regăsi aceleași caracteristici de auto-similaritate.

În acest cadru, se definesc geodezicele fractale – traiectorii generalizate care respectă o matrice fractală. Astfel, ecuațiile de mișcare clasică sunt înlocuite cu ecuații multifractale. Mișcarea browniană, de exemplu, poate fi privită ca o proiecție a acestor traiectorii fractale.

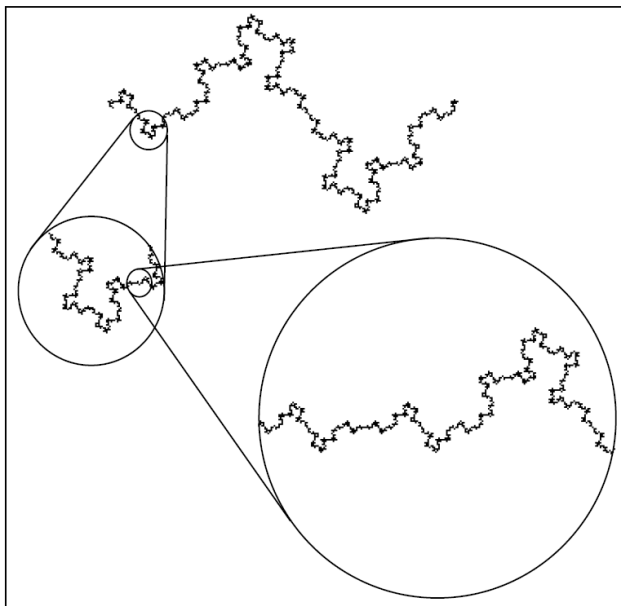


Fig. 2.2. Creșteri succesive a rezoluției unei curbe fractale autosimilare.

O consecință importantă este apariția unei noi forme de simetrie: invarianța la schimbarea scării de observație. Această proprietate deschide drumul către o interpretare geometrică a proceselor fizice aparent stocastice. În acest sens, fractalitatea devine o lege fundamentală a naturii, nu doar o simplă curiozitate matematică.

2.3 Conexiunea dintre fizica atmosferei și fractalitate

Atmosfera terestră este un sistem complex caracterizat de instabilități, turbulențe și procese neliniare. Studiile arată că structurile atmosferice -cum ar fi norii sau curenții de convecție- prezintă proprietăți fractal-similare. Aceasta înseamnă că, la diferite scări de observație, modelele de organizare sunt similare, reflectând o ierarhie multifractală.

Relativitatea de scară oferă un cadru pentru a explica aceste fenomene. Dacă legile de dinamică atmosferică se modifică odată cu scara de observație, atunci modelele clasice, bazate pe ipoteza de diferențiabilitate, sunt insuficiente. Modelele multifractale, care țin cont de auto-similaritate și de distribuții scalate, devin esențiale pentru descrierea corectă a stratului limită planetar și a proceselor de transport atmosferic.

În concluzie, conexiunea dintre fizica atmosferei și fractalitate confirmă relevanța teoriei relativității de scară și pregătește terenul pentru dezvoltările ulterioare prin teoria multifractală a mișcării. Capitolul 2 a extins analiza de la conceptele de bază ale dinamicii neliniare la principiile relativității de scară. S-a demonstrat că ipoteza nediferențiabilității deschide o nouă perspectivă asupra legilor fizicii, iar fractalitatea devine un instrument fundamental de descriere. Legătura cu fizica atmosferei evidențiază aplicabilitatea directă a acestor concepte, punând bazele pentru introducerea teoriei multifractale a mișcării în capitolul următor.

3. Teoria multifractală a mișcării. Fundamente și aplicații

3.1 Bazele dinamicii multifractale

Subcapitolul 3.1 prezintă fundamentele teoriei multifractale a mișcării, pornind de la ideea că procesele dinamice din natură nu sunt uniforme, ci au variații la multiple scări de timp și spațiu, astfel, sistemele complexe nu pot fi descrise printr-un singur exponent sau o singură scară, ci printr-o ierarhie de exponenți care definesc un spectru multifractal.

În acest cadru, noțiunile de viteză multifractală și potențial multifractal devin instrumente fundamentale. Viteza multifractală descrie mișcarea ca o combinație de fluctuații neregulate pe diverse scări, iar potențialul multifractal oferă o reprezentare energetică a acestor procese. Ecuatiile de mișcare clasice sunt astfel generalizate, incluzând termeni care surprind caracterul fractal al traiectoriilor.

3.2 Aplicații generale ale dinamicilor multifractale

Acest subcapitol explorează aplicabilitatea teoriei multifractale la o gamă largă de fenomene. Un exemplu este turbulența fluidelor, unde structurile ierarhice pe diferite scări sunt caracterizate prin distribuții multifractale. Aceste distribuții pot descrie modul în care energia se transformă între scări mari și scări mici printr-un proces de cascadă.

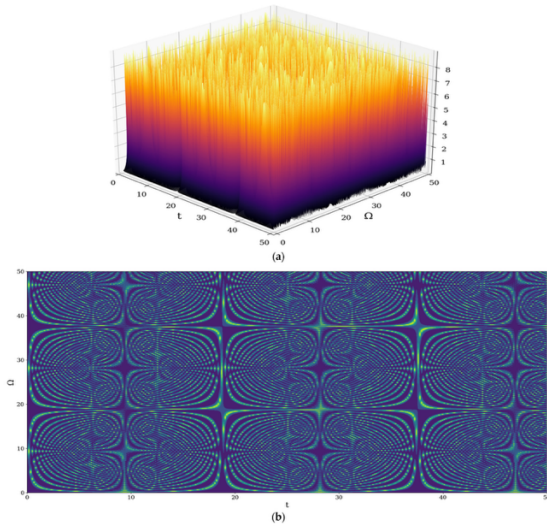


Figura 3.1. (a): Dinamica 3D la rezoluție de scară globală prin $|z(\Omega, t)|$ cu $\Phi = 2.35$. (b): Dinamica 2D la rezoluție de scară globală prin $|z(\Omega, t)|$ cu $\Phi = 2.35$.

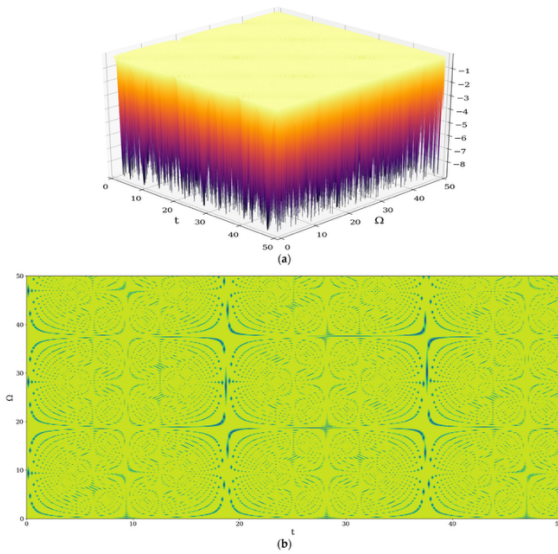


Figura 3.2. (a): Dinamica 3D la rezoluții de scară diferențială prin $Re[z(\Omega, t)]$ cu $\Phi = 2.35$. (b): Dinamica 2D la rezoluție de scară diferențială prin $Re[z(\Omega, t)]$ cu $\Phi = 2.35$.

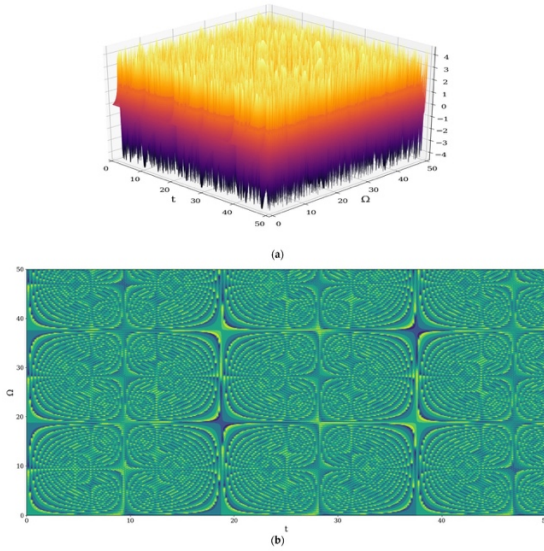


Figura 3.3. (a): Dinamica 3D la rezoluție de scară nediferențială prin $Im[z(\Omega, t)]$ cu $\Phi = 2.35$. (b): Dinamica 2D la rezoluție de scară nediferențială prin $Im[z(\Omega, t)]$ cu $\Phi = 2.35$.

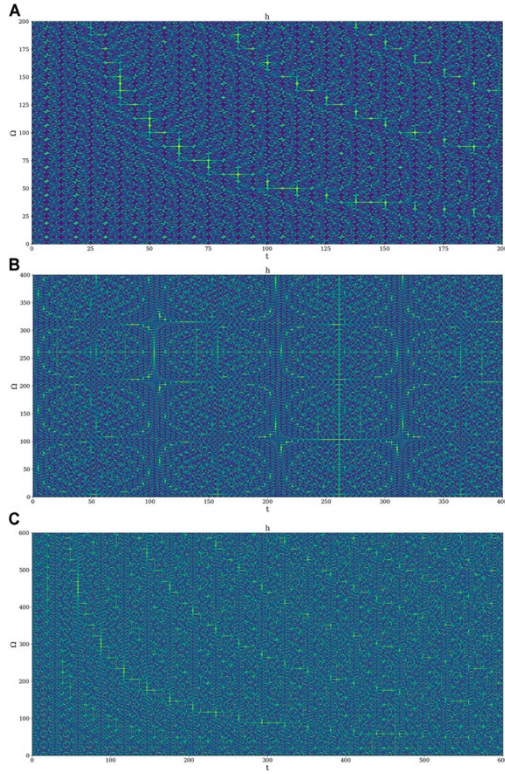


Figura 3.4. Dinamici 2D prin $|z(\Omega, t)|$ la diferite rezoluții de scară; (A) valoare maximă = 200; $\Phi = 2.35$, (B) : valoare maximă = 400; $\Phi = 2.35$, (C): valoare maximă = 600; $\Phi = 2.35$.

În figura 3.4. A- C sunt prezentate dinamici 2D ale sistemelor complexe la diverse rezoluții de scară. Se remarcă diverse tipuri de auto-structurale fie de tip canal, fie de tip rețea.

În două studii anterioare în care autoarea acestei teze a fost coautor, sunt dezvoltate două aplicații noi ale acestor teorii multifractale.

Aceste aplicații vor fi prezentate pe rând, una dintre ele având un scop medical, iar cealaltă fiind axată pe dinamica atmosferică. Cea de-a doua aplicație va fi dezvoltată în capitolul următor. Pentru moment, este exprimată prima aplicație, referitoare la dinamica eliberării medicamentelor - trebuie subliniat astfel că aceste teorii sunt incredibil de versatile și pot fi utilizate într-o multitudine de domenii științifice [5]. În acest caz, au fost concepute și preparate două formulări pe bază de sare de diclofenac sodic încapsulată într-un hidrogel de chitosan, iar eliberarea medicamentului a fost investigată prin combinarea rezultatelor in vitro cu modelarea matematică.

3.3 Dezvoltarea farmacocineticii multifractale

Subcapitolul 3.3 prezintă o contribuție originală a tezei: extinderea teoriei multifractale în domeniul farmacocineticii. Farmacocinetica urmărește procesul ADME al medicamentelor (absorbția, distribuția, metabolizarea și eliminarea). Modelele clasice presupun procese liniare, însă răspunsul organismului este mult mai complex și variabil.

Introducerea formalismului multifractal permite surprinderea acestor fluctuații, explicând diferențele mari dintre indivizi și chiar dintre administrări succesive la același pacient. Modelele multifractale dezvoltate au permis descrierea procesului ADME și s-au validat prin comparație cu datele clinice, confirmând robustețea și aplicabilitatea lor.

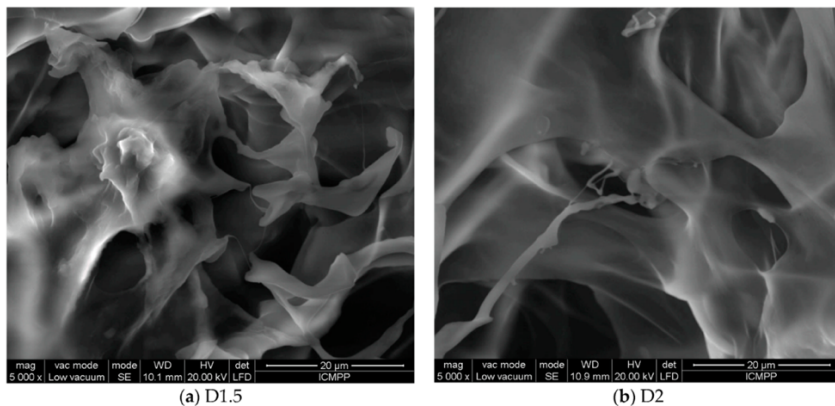


Figura 3.7. Imagini SEM ale formulărilor (a) D1.5 și (b) D2
(mărire: 5000×; bară de scară: 20 μm).

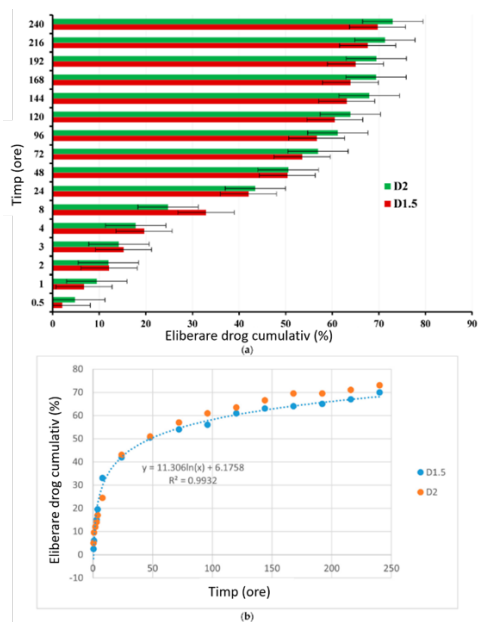


Figura 3.8. (a,b) Curbele de eliberare in vitro a DCF din matricea pe bază de chitosan: (a) timp (ore)-eliberare cumulativă a medicamentului (%); (b) eliberare cumulativă a medicamentului (%)-timp (ore).

Modelarea soluției ecuației de difuzie multifractală:

$$f = \frac{\rho_t}{\rho_\infty} = \frac{M_t}{M_\infty} = 2 \left(\frac{\sigma t}{d^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \pi^{-\frac{1}{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{erfc} \left[\frac{nd}{2(\sigma t)^{\frac{1}{2}}} \right] \right\}$$

unde d este distanța medie dintre lanțurile polimerice, M_t fiind cantitatea de medicament eliberată în intervalul de timp t și M_∞ cantitatea eliberată într-un interval de timp infinit, care va corespunde, de fapt, medicamentului încărcat inițial în matricea polimerică.

Pentru scări de timp mici, care pot fi atinse prin experimente, cel de-al doilea termen al ecuației de mai sus dispare și conduce la următoarea relație:

$$\frac{\rho_t}{\rho_\infty} = \operatorname{const.} \cdot t^{\frac{1}{2}} \leftrightarrow \frac{M_t}{M_\infty} = \operatorname{const.} \cdot t^{\frac{1}{2}}$$

care este de fapt ecuația Higuchi, una dintre cele mai cunoscute ecuații utilizate în modelarea cineticii de eliberare.

În Figura 3.9, se reprezintă masa de eliberare a medicamentului în procente, în funcție de timp. S-a observat o creștere rapidă a masei de eliberare a medicamentului în primele 24 de ore, urmată de o regiune de cvasi-saturație, atingând un maxim de aproximativ 70% din masa totală

de medicament. Modelul multifractal a fost utilizat pentru a se potrivi datelor experimentale. Simulările au fost efectuate prin stabilirea liberă a tuturor parametrilor, astfel încât, prin procedura de ajustare, să se poată extrage gradul fractal al sistemului. Gradul fractal, sau gradul de fractalizare, este un parametru prin care putem caracteriza rata de eliberare a medicamentului într-un spațiu multifractal. Se poate observa că valorile mai mari ale gradelor fractale conduc la o concentrație mai mare a masei de medicament eliberat în sistem. În acest caz, valorile pentru sistemele D1.5 și D2 sunt destul de apropiate. Acest lucru este reflectat de datele din Figura 3.8, unde putem observa că imaginea SEM a formulărilor indică o morfologie similară. Gradul fractal este legat de schimbul dintre matricea formulării și mediul de eliberare și depinde de o serie largă de parametri, cum ar fi morfologia, hidrofilicitatea, concentrația de masă de medicament și rețeta de formare a compușilor complecși. Se observă aici că modelul se potrivește bine cu datele experimentale.

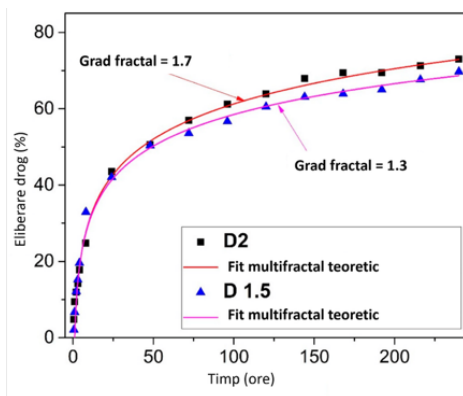


Figura 3.9. Ajustarea fractală a eliberării in vitro a sării de diclofenac sodic din matricea hidrogelului de chitosan. Curba de eliberare pentru formularea D1.5 corespunde unui grad fractal de 1.3, în timp ce curba de eliberare pentru formularea D2 corespunde unui grad fractal de 1.7, ceea ce implică faptul că procesele de eliberare a medicamentului au loc pe două scări de rezoluție.

În concluzie, acest capitol al tezei de doctorat a explorat în detaliu teoria multifractală a mișcării. S-a demonstrat că formalismul multifractal extinde legile clasice ale mișcării pentru a include procese neregulate, și s-a arătat versatilitatea metodei prin aplicații în fizică și biologie. Contribuția inovatoare este introducerea farmacocineticii multifractale, care deschide noi perspective în medicina modernă. Acest capitol marchează tranziția către aplicațiile atmosferice prezentate în capitolul următor

4. Proiectări teoretice și experimentale ale atmosferei prin teoria multifractală a mișcării

4.1 Stratul limită planetar ca structură atmosferică

În cadrul acestui capitol, s-a discutat despre aplicarea teoriilor relativității de scară și a teoriei multifractale a mișcării în atmosferă pentru a calcula temperatura atmosferică cu o metodă teoretică și practică mixtă. Astfel, în cadrul teoriei relativității la scară, dinamica SLP-ului (strat limită planetar) este analizată cu ajutorul unui scenariu hidrodinamic multifractal. Considerând SLP-ul ca pe un sistem complex asimilat unui obiect matematic de tip multifractal, diversele sale dinamici funcționează conform unui efect tunel multifractal. Aceste produse au fost folosite pentru a crea profile teoretice de temperatură, care conduc la corespondențe cu rezultatele reale obținute prin datele unui radiometru RPG-HATPRO cu rezultate favorabile. Astfel de metode ar putea fi utilizate și rafinate în continuare în aplicații viitoare pentru a produce în mod eficient profile teoretice ale temperaturii atmosferice.

4.2 Dinamici ale stratului limită planetar mimate prin efectul tunel de tip multifractal

Să descriem dinamica SLP -ului considerând acesta ca sistem complex atât din punct de vedere structural, cât și funcțional, poate fi asimilat unui obiect matematic de tip multifractal. Atunci, dinamica SLP -ului poate fi descrisă prin teoria relativității la scară sub forma ecuațiilor

hidrodinamice multifractale [25, 26]. De asemenea, SLP funcționează ca un efect multifractal de tip tunel descris prin potențialul scalar extern (vezi Figura 4.1):

$$U(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ U_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & a < x < +\infty \end{cases}$$

unde U_0 este înălțimea barierei atmosferice multifractale și a este lățimea acesteia (caracteristicile SLP).

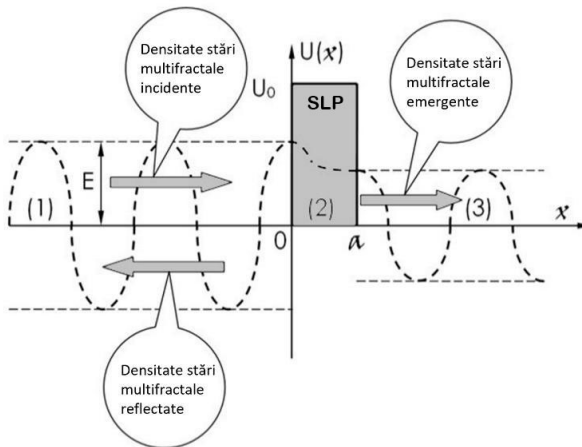


Figura 4.1. Configurația barierei de potențial asimilată SLP-ului conform efectului multifractal de tip tunel atmosferic; Regiunea 1 reprezintă zona $-\infty < x < 0$, Regiunea 2 reprezintă zona $0 \leq x \leq a$, Regiunea 3 reprezintă zona $a < x < +\infty$.

Dinamica SLP este descrisă prin legea de conservare a energiei multifractale a formei:

$$\partial_{xx}\theta(x) + \frac{1}{2\lambda^2(dt)^{\left[\frac{4}{f(\alpha)}\right]-2}}(E - U)\theta(x) = 0$$

unde, ρ este densitatea stării atmosferice multifractale, U este potențialul scalar extern, λ este coeficientul specific asociat cu tranziția multifractal-ne-multifractal și E este constanta energiei multifractale.

După cum se arată în Figura 4.1, distingem trei zone notate cu 1, 2 și 3 ca:

- zona de incidență atmosferică multifractală;
- bariera atmosferică multifractală;
- zona de emergență atmosferică multifractală.

În acest context, dacă θ_1 , θ_2 și θ_3 sunt funcțiile multifractale corespunzătoare celor trei zone menționate mai sus, avem următoarele ecuații:

$$\frac{d^2\theta_1}{dx^2} + k^2\theta_1 = 0, -\infty < x < 0$$

$$\frac{d^2\theta_2}{dx^2} - q^2\theta_2 = 0, 0 \leq x \leq a$$

$$\frac{d^2\theta_3}{dx^2} + k^2\theta_3 = 0, a < x < +\infty$$

unde:

$$k^2 = \frac{E}{2\lambda^2(dt)^{(4/f(\alpha))-2}}, \quad q^2 = \frac{U_0 - E}{2\lambda^2(dt)^{(4/f(\alpha))-2}}$$

Acest calcul este efectuat mai în detaliu în cadrul tezei

Teoria dinamicii multifractale include descrieri a vitezei, a forțelor, a energiei, și a unui curent masic multifractal.

$$J_x = i\lambda(dt)^{(2/f(\alpha))-1} \left(\theta \frac{d\bar{\theta}}{dx} - \bar{\theta} \frac{d\theta}{dx} \right)$$

Aceste rezultate dau posibilitatea unei caracterizări univoce a efectului atmosferic multifractal de tip tunel prin transparența multifractală atmosferică:

$$T = \frac{J_e}{J_i} = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2$$

și reflectanța multifractală atmosferică:

$$R = \frac{J_r}{J_i} = \left| \frac{B_1}{A_1} \right|^2$$

Variațiile 3D ale transparenței multifractale atmosferice, T , în coordonatele adimensionale, X și Y , sunt prezentate în Figura 4.2a,b:

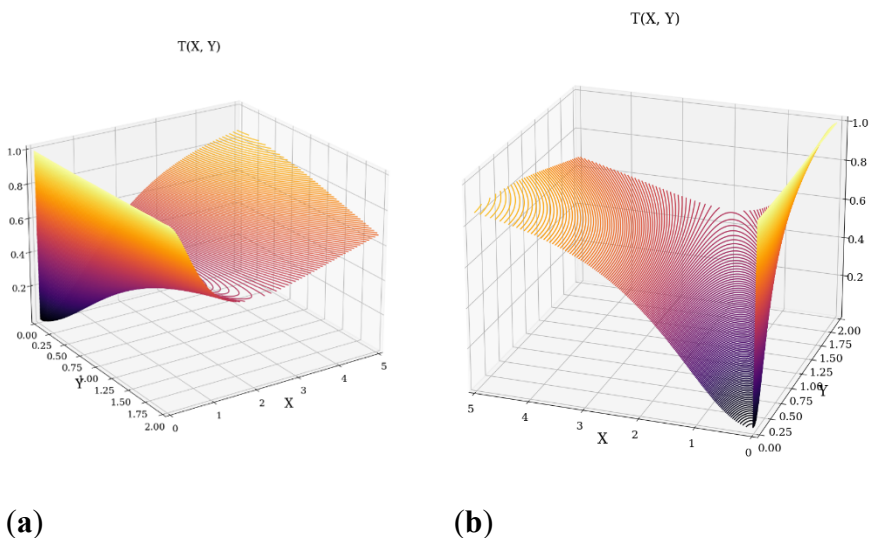
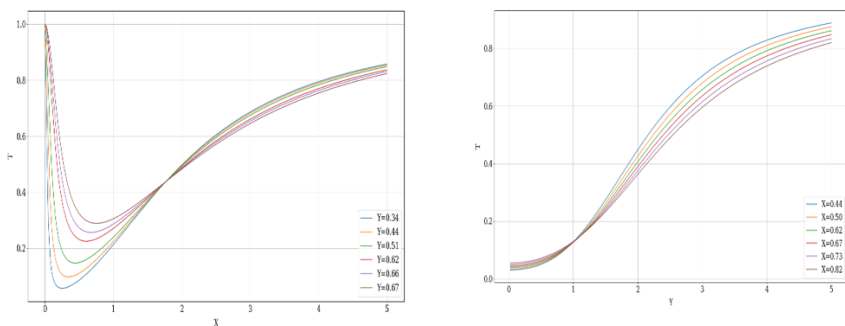


Figura 4.2. Variația 3D a transparenței multifractale atmosferice în funcție de coordonate adimensionale: (a,b) reprezentare la unghiuri diferite.

Variațiile 2D ale transparenței multifractale atmosferice, T , pe coordonatele adimensionale, X și Y , sunt prezentate în Figura 4.3a,b:



(a)

(b)

Figura 4.3. Variația 2D a transparenței multifractale atmosferice în funcție de coordonate adimensionale: (a) dependența $T = T(X, Y = \text{constant})$; (b) dependența $T = T(X = \text{constant}, Y)$.

În figura 4.4a,b, sunt date variațiile 3D ale reflectanței multifractale-atmosferice, R , pe coordonatele adimensionale, X și Y .

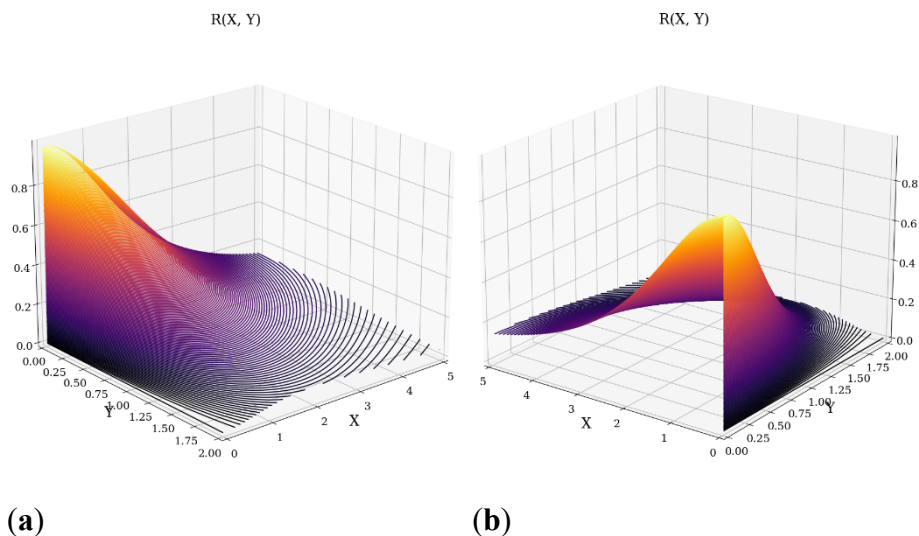
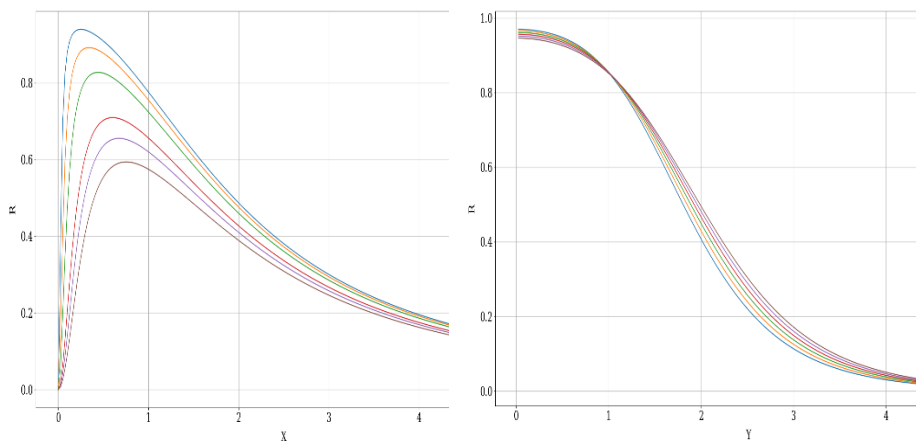


Figura 4.4. Variația 3D a reflectanței multifractale atmosferice în funcție de coordonate adimensionale: (a,b) reprezentare la unghiuri diferite.

În Figura 4.5a,b, sunt date variațiile 2D ale reflectanței multifractale atmosferice, R , pe coordonatele adimensionale, X și Y .



(a)

(b)

Figura 4.5. Variația 2D a reflectanței multifractale atmosferice în funcție de coordonate adimensionale: (a) dependența $R = R(X, Y = \text{constant})$; (b) dependența $R = R(X = \text{constant}, Y)$.

Dependența pe care T o manifestă față de X implică atât variații pozitive minime, cât și asimptotice ale transparenței multifractale atmosferice, în timp ce dependența lui T față de Y arată doar variații pozitive asimptotice ale acestei transparențe. În cazul lui R , comportamentul este exact opus, cu dependența pe care R o manifestă față de X implicând variații negative maxime și asimptotice ale reflectanței multifractale atmosferice, în timp ce dependența lui R față de Y implică doar variații negative asimptotice ale lui R .

Într-un astfel de cadru, deoarece X este proporțional cu o mărime minimă relevantă SPL-ului, și anume lățimea barierei potențiale a , iar T

are o relație de proporționalitate cu temperatura a SPL-ului atmosferică, Figura 3a poate fi transformată în Figura 4.6.

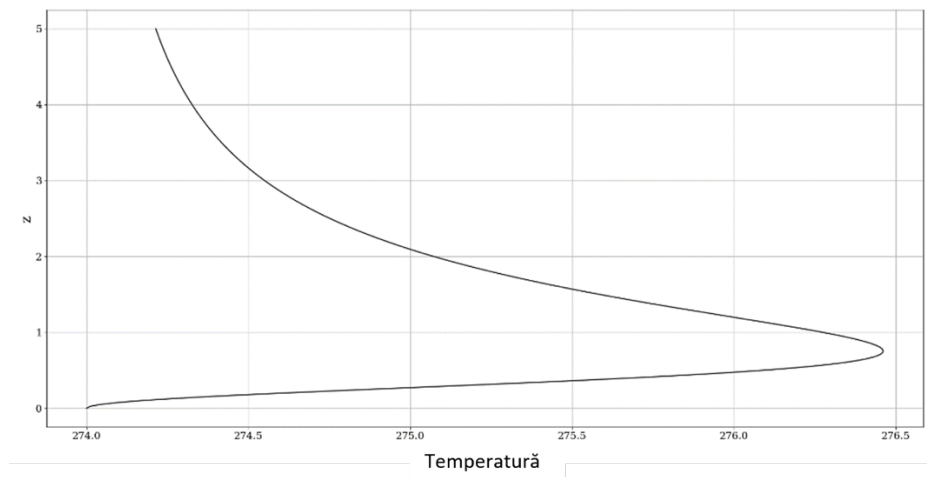


Figura 4.6. Exemplu a unui profil teoretic de temperatură atmosferică obținut conform corelației dintre transparență și temperatură.

Rezultatele teoretice implică o inversare a temperaturii, arătând astfel un bun acord cu profilul temperaturii atmosferice astfel cum este în mod comun cunoscut. În plus, odată cu scăderea transparenței, în barieră se creează un mediu multifractal limitat, ceea ce conduce apoi la o densitate mai mare a stărilor și o creștere a temperaturii, ceea ce este în acord cu rezultatele experimentale.

4.3 Rezultate experimentale a aplicării teoriilor multifractale cu date telemetrice

Cu scopul confirmării rezultatelor de reflectanță și transparență obținute până acum, sunt necesare profiluri atmosferice reale. Această profilare este justificată de faptul că analiza noastră consideră SPL și alte straturi limită atmosferice ca bariere multifractale ale căror lungimi reprezintă grosimea lor în raport cu un profil atmosferic perpendicular pe nivelul solului. Într-adevăr, faptul că parametrii adimensionali, X și Y , sunt proporționali cu parametrul a indică faptul că profilele atmosferice verticale reprezintă fenomenele de transport ale parametrilor atmosferici multifractali prin bariere multifractale. În mod ideal, pentru a testa teoriile transparenței, trebuie ales un parametru atmosferic cu un grad ridicat de predictibilitate și ale cărui comportamente de profil sunt relativ bine cunoscute, iar temperatura atmosferică se dovedește a fi un candidat ideal. Când se verifică comportamentul de inversie a unui astfel de parametru, este important de reținut că temperatura are o legătură naturală cu densitatea stărilor în toate sistemele de tip nedegenerat. În plus, în contextul nostru, toate măsurile fizice multifractale sunt, într-un fel sau altul, proporționale sau invers proporționale cu transparența din bariera multifractală.

Pentru ca rezultatele noastre teoretice să fie comparate cu datele reale, trebuie realizată profilarea teoretică a temperaturii și, astfel, ecuația de transparență trebuie iterată ca model pentru modelarea teoretică a

temperaturii atmosferice, ca în Figura 4.6. Măsurătorile cu ceilometru și radiometru au permis analiza distribuției verticale a aerosolilor și a parametrilor optici. Modelele multifractale au surprins variabilitatea la scară fină a atmosferei, oferind o descriere mai precisă a stratului limită planetar. Pentru acest studiu sunt alese patru cazuri: toate cele patru sunt serii temporale luate în zilele de 5, 6, 7 și 8 mai 2022 .Sunt prezentate, de asemenea, profiluri statice și toate sunt extrase de la începutul seriei temporale În rezumat sunt prezentate 2 din cele 4 zile (Figurile 4.7-4.15) și (Figurile 4.19, 4.21).

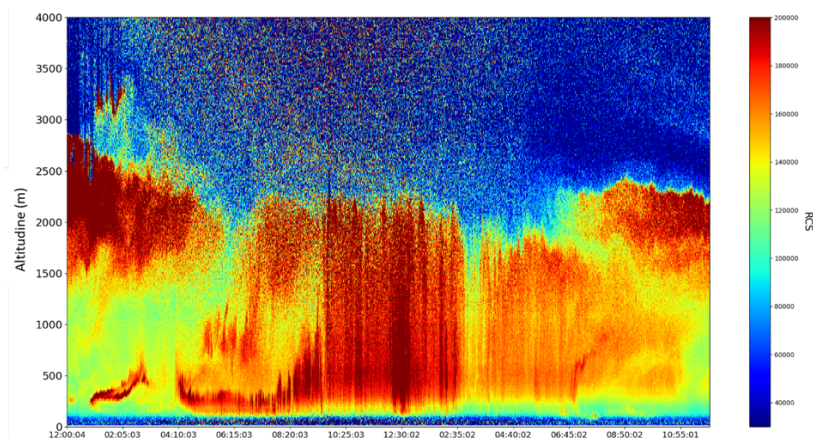


Figura 4.7. Serie temporală a profilelor RCS (semnale corectate cu distanța); date ceilometru; Galați, România, 05/05/2022.

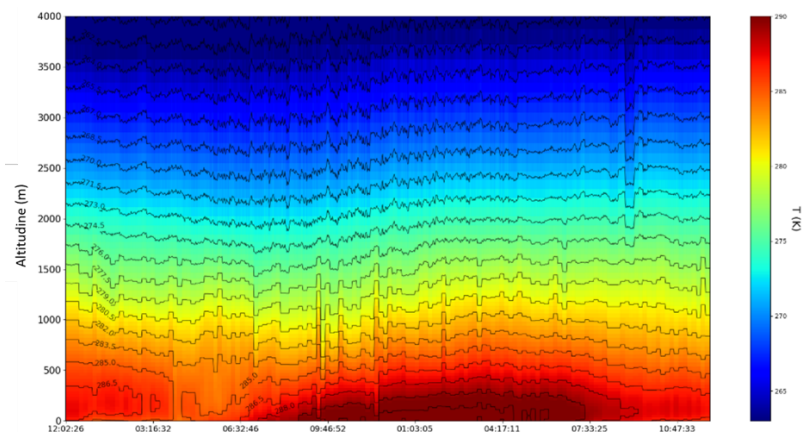


Figura 4.8. Serie temporală a profilelor temperatură; date radiometru; Galați, România, 05/05/2022.

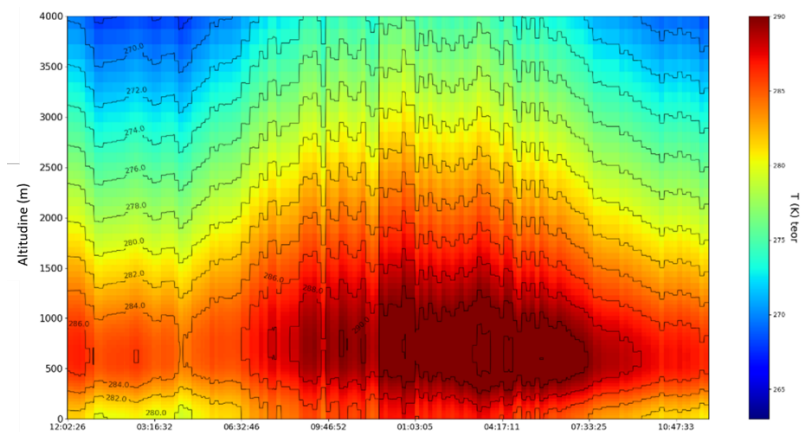


Figura 4.9. Serie temporală a profilelor temperatură; date temperatură teoretice; Galați, România, 05/05/2022

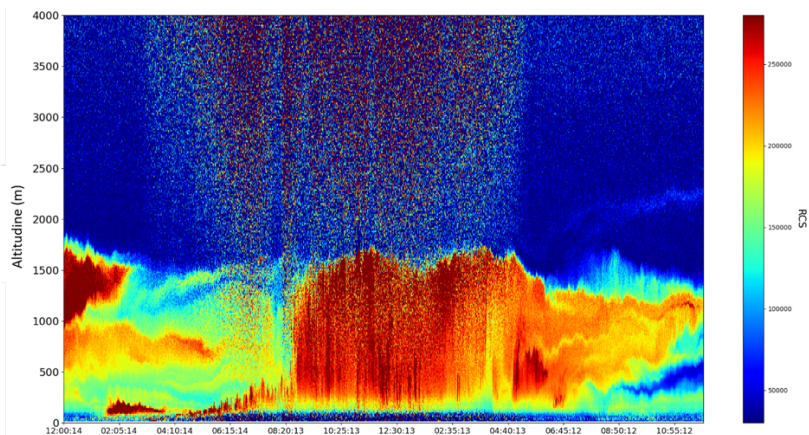


Figura 4.13. Serie temporală a profilelor RCS; date ceilometru; Galați, România, 07/05/2022.

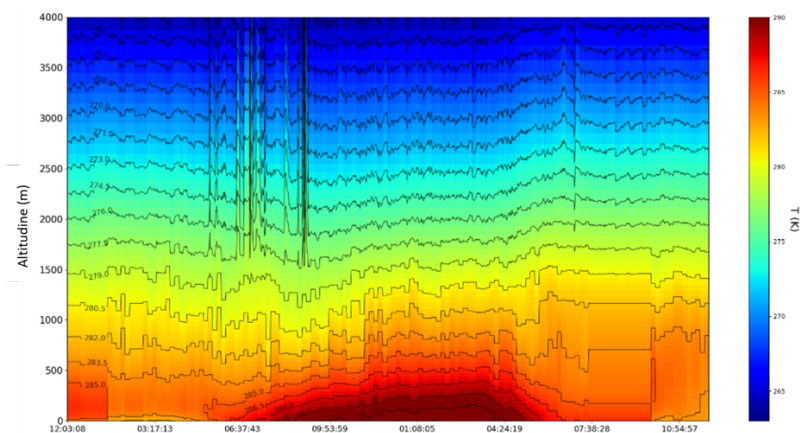


Figura 4.14. Serie temporală a profilelor temperatură; date radiometru; Galați, România, 07/05/2022.

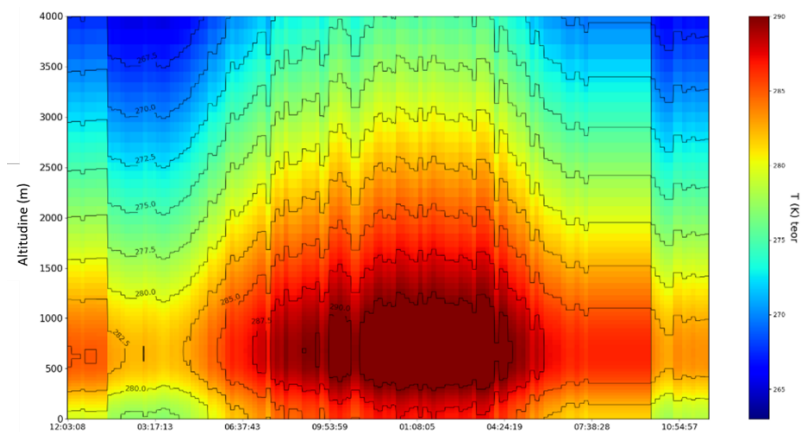


Figura 4.15. Serie temporală a profilelor temperatură; date temperatură teoretice; Galați, România, 07/05/2022.

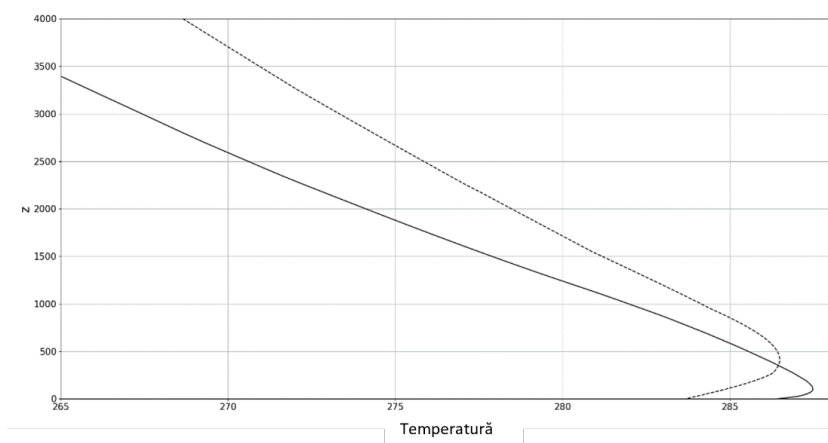


Figura 4.19. Profile temperatură atmosferică; Galați, Romania, 05/05/2022; linie dreaptă: temperatură radiometru; linie punctată: temperatură teoretică.

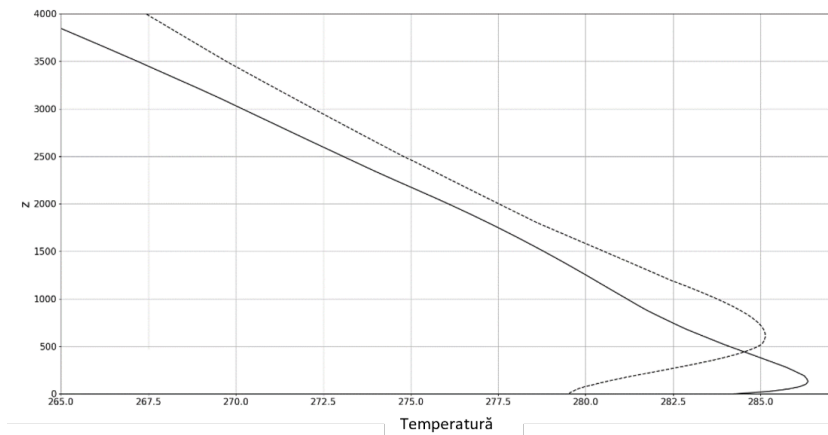


Figura 4.21. Profile temperatură atmosferică; Galați, Romania, 07/05/2022; linie dreaptă: temperatură radiometru; linie punctată: temperatură teoretică.

În concluzie, capitolul 4 a ilustrat aplicabilitatea concretă a teoriei multifractale a mișcării în descrierea atmosferei terestre. Prin interpretarea SLP ca structură multifractală, prin introducerea analogiei cu efectul de tunel și prin validarea experimentală, s-a demonstrat că această teorie oferă o explicație coerentă și unificatoare pentru fenomene atmosferice complexe. Rezultatele confirmă importanța multifractalității nu doar ca instrument matematic, ci ca lege fundamentală de organizare a naturii.

Concluzii

Prezenta teză de doctorat a avut ca obiectiv principal aprofundarea și extinderea cadrului teoretic și aplicativ al teoriei relativității de scară și al dinamicii multifractale, în contextul sistemelor fizice complexe. Prin abordarea unei problematici interdisciplinare, cercetarea a reunit concepte și metode din domeniile fizicii teoretice, matematicii aplicate, științelor atmosferice și farmacocineticii, oferind o perspectivă unificatoare asupra unor fenomene aparent disparate.

A fost realizată o analiză aprofundată a conceptelor de dinamică neliniară, haos determinist, atractori și bifurcații, subliniindu-se rolul acestora în generarea comportamentelor complexe în sistemele dinamice. În acest context, teorema Poincaré–Bendixson a fost folosită ca reper pentru înțelegerea limitărilor haosului în sisteme bidimensionale continue și pentru distingerea între haos autentic și pseudohaos.

Valorizarea teoriei relativității de scară- s-a demonstrat că teoria relativității de scară, propusă de Laurent Nottale, reprezintă un cadru eficient de unificare conceptuală a fenomenelor care prezintă autosimilaritate la diferite scări spațio-temporale. Această teorie oferă o viziune generalizată asupra comportamentului fizic în condiții de nediferențiabilitate, punând bazele unei extensii fractale a spațiu-timpului.

Teza a pus în evidență posibilitatea formulării unei dinamici multifractale coerente, aplicabilă unei game largi de procese naturale și

artificiale. A fost construit un cadru analitic riguros care permite descrierea proceselor de transport, disipare și propagare în sisteme cu structuri autosimilare. S-a demonstrat că această abordare multifractală oferă o acuratețe superioară în descrierea comportamentului neregulat al variabilelor fizice în timp și spațiu.

Modelele multifractale dezvoltate au fost aplicate cu succes în două domenii majore:

- În farmacocinetică, a fost propus un model multifractal pentru descrierea procesului de eliberare a substanțelor active din sisteme polimerice, cu accent pe comportamentul oscilant și distribuția spațio-temporală a concentrațiilor.

- În științele atmosferice, dinamica stratului limită planetar (SLP) a fost modelată printr-un efect tunel de tip multifractal, fiind validate corelațiile teoretice prin date experimentale obținute din măsurători de teren.

Conexiunile dintre teorie și experiment au fost subliniate prin corelarea datelor telemetrice cu modelele multifractale propuse, confirmând robustețea acestora. S-a evidențiat potențialul acestor modele în analiza schimbărilor climatice, în evaluarea calității aerului și în predicția comportamentelor atmosferice extreme.

Autoarea a realizat contribuții originale în ceea ce privește:

- formularea unei versiuni extinse a formalismului de mișcare multifractală;

- evidențierea rolului atractorilor multifractalii în descrierea evoluției sistemelor fizice complexe;
- utilizarea legilor de scalare și a constantelor universale de tip Feigenbaum în cadrul simulărilor numerice de tranziție la haos;
- elaborarea unei metodologii noi pentru integrarea teoriei relativității de scară cu aplicații climatologice și biologice.

În concluzie, cercetarea întreprinsă contribuie semnificativ la consolidarea unei perspective unificate asupra fenomenelor fizice complexe, prin integrarea teoriei relativității de scară, a dinamicii neliniare și a teoriei multifractale a mișcării. Lucrarea deschide noi orizonturi de cercetare în domenii precum fizica fundamentală, științele vieții și științele mediului, oferind totodată instrumente teoretice și aplicative utile pentru explorarea viitorului științei interdisciplinare.

Rezultate originale prezentate în această lucrare au fost publicate în lucrările citate ISI:

Gavriliuț, G., Topliceanu, L., Gîrțu, M., **Rotundu, A. M.**, Irimiciuc, S. A., & Agop, M. (2021). Assessment of Complex System Dynamics via Harmonic Mapping in a Multifractal Paradigm. *Mathematics*, 9(24), 3298. (AIS=0,409)

Cazacu, M. M., Roșu, I. A., Bibire, L., Vasincu, D., **Rotundu, A. M.**, & Agop, M. (2022). Theoretical and Experimental Designs of the Planetary Boundary Layer Dynamics through a Multifractal Theory of Motion. *Fractal and Fractional*, 6(12), 747. (AIS=0,562)

Himiniuc, L.M., Socolov, R., Nica, I., Agop, M., Volovat, C., Ochiuz, L., Vasincu, D., **Rotundu, A.M.**, Rosu, I.A., Ghizdovat, V. and Volovat, S.R. (2023). Theoretical and Experimental Aspects of Sodium Diclofenac Salt Release from Chitosan-Based Hydrogels and Possible Applications. *Gels*, 9(5), 422. (AIS=0,595)

Ana ROTUNDU, Stefana AGOP, Maria-Alexandra PAUN, Costica BEJINARIU, Tudor-Cristian PETRESCU, Cristina Marcela RUSU5, Alin Marian CAZAC, Vladimir-Alexandru PAUN, Maricel AGOP, Viorel-Puiu PAUN, **CONSTITUTIVE MATERIAL LAWS IN THE MULTIFRACTAL THEORY OF MOTION (PART I)**, U.P.B. Sci. Bull., Series A, Vol. 85, Iss. 4,2023, ISSN 1223-7027 (AIS=0,142)

Bibliografie generală

Abbott, L. F., & Wise, M. B. (1981). Dimension of a quantum-mechanical path. *American Journal of Physics*, 49(1), 37-39.

Ackerman, Steven, and John Knox. *Meteorology*. Jones & Bartlett Publishers, 2011.

Agop, M., and Paun, V. P. (2017). On the New Perspectives of Fractal Theory. *Fundaments and Applications*. Bucharest: Romanian Academy Publishing House, 101–110.

Altman, R.; Bosch, B.; Brune, K.; Patrignani, P.; Clarence, Y. Advances in NSAID development: Evolution of diclofenac products using pharmaceutical technology. *Drugs* 2015, 75, 859–877.

Alvarez-Ramirez, J., Delgado-Fernandez, J. and Espinosa-Paredes, G. (2005). The origin of a continuous two-dimensional chaotic" dynamics, *Int. J. Bifurcat. Chaos Appl. Sci. Eng.* 15.

Andreica, B.I.; Ailincăi, D.; Sandu, A.I.; Marin, L. Amphiphilic chitosan-g-poly(trimethylene carbonate)-A new approach for biomaterials design. *Int. J. Biol. Macromol.* 2021, 193, 414–424.

Araujo, V.H.S.; de Souza, M.P.C.; Carvalho, G.C.; Duarte, J.L.; Chorilli, M. Chitosan-based systems aimed at local application for vaginal infections. *Carbohydr. Polym.* 2021, 261, 117919.

Aron, J. (2009). The mandelbulb: first 'true' 3D image of famous fractal. *New Scientist*, 204(3736), 54-55.

Babu, A.; Ramesh, R. Multifaceted Applications of Chitosan in Cancer Drug Delivery and Therapy. *Mar. Drugs* 2017, 15, 96.

Badii, R.; Politi, A. Complexity: Hierarchical Structures and Scaling in Physics; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 1997.

Baraldi, G.; Perea, A.; Afonso, C.N. Dynamics of ions produced by laser ablation of several metals at 193 nm. *J. Appl. Phys.* 2011, 109, 043302.

Barba, L. A., & Forsyth, G. F. (2018). CFD Python: the 12 steps to Navier-Stokes equations. *Journal of Open Source Education*, 2(16), 21.

Beilis, I. Modeling of the plasma produced by moderate energy laser beam interaction with metallic targets: Physics of the phenomena. *Laser Part. Beams* 2012, 30, 341–356.

Bishop, Robert (2017), "Chaos", in Zalta, Edward N. (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2017 ed.), Metaphysics Research Lab, Stanford University, retrieved 2019-11-24

Brown, G. (2001). *Sun, Wind & Light*. New York: Wiley. p. 18. ISBN 0-471-34877-5.

Bujoreanu, C.; Irimiciuc, Ș.; Benchea, M.; Nedeff, F.; Agop, M. A fractal approach of the sound absorption behaviour of materials.

Theoretical and experimental aspects. Int. J. Non-Linear Mech. 2018, 103, 128–137.

Campbell, D. K. (2004). Fresh breather. Nature, 432(7016), 455-456.

Cartan, I. Riemannian Geometry in an Orthogonal Frame; World Scientific: Singapore, 2001.

Cavallaro, G.; Micciulla, S.; Chiappisi, L.; Lazzara, G. Chitosan-based smart hybrid materials: A physico-chemical perspective. J. Mater. Chem. B 2021, 9, 594–611.

Cazacu, M. M., Roşu, I. A., Bibire, L., Vasincu, D., **Rotundu, A. M.**, & Agop, M. (2022). Theoretical and Experimental Designs of the Planetary Boundary Layer Dynamics through a Multifractal Theory of Motion. Fractal and Fractional, 6(12), 747.

Chakraborty, I.; Das, S.K.; Wang, J.; Dey, S.K. Developmental expression of the cyclo-oxygenase-1 and cyclo-oxygenase-2 genes in the peri-implantation mouse uterus and their differential regulation by the blastocyst and ovarian steroids. J. Mol. Endocrinol. 1996, 16, 107–122.

Chen, Wai-Fah (1997). Handbook of Structural Engineering. Boca Raton: CRC Press. pp. 12–50. ISBN 0-8493-2674-5.

Chopra, L.; Thakur, K.K.; Chohan, J.S.; Sharma, S.; Ilyas, R.A.; Asyraf, M.R.M.; Zakaria, S.Z.S. Comparative Drug Release

Investigations for Diclofenac Sodium Drug (DS) by Chitosan-Based Grafted and Crosslinked Copolymers. *Materials* 2022, 15, 2404.

Clarke, Stuart (19 January 2013). "Sacrificing Einstein: the keystone of relativity that just has to go" (PDF). *New Scientist*. 217 (2900): 32–36.

Coddington, Earl A.; Levinson, Norman (1955). "The Poincaré–Bendixson Theory of Two-Dimensional Autonomous Systems". *Theory of Ordinary Differential Equations*. New York: McGraw-Hill

Collet, P., Eckmann, J. P., & Lanford, O. E. (1980). Universal properties of maps on an interval. *Communications in Mathematical Physics*, 76, 211-254.

Connolly, T.P. Cyclooxygenase-2 inhibitors in gynecologic practice. *Clin. Med. Res.* 2003, 1, 105–110.

Constantin, P., Titi, E. S., & Weinan, F. (1994). Onsager's conjecture on the energy conservation for solutions of Euler's equation. *Communications in Mathematical Physics*, 165(1), 207.

Craciun, A.M.; Mititelu Tartau, L.; Pinteala, M.; Marin, L. Nitrosalicylimine-chitosan hydrogels based drug delivery systems for long term sustained release in local therapy. *J. Colloid Interface Sci.* 2019, 536, 196–207.

Craciun, A.M.; Mititelu-Tartau, L.; Gavril, G.; Marin, L. Chitosan crosslinking with pyridoxal 5-phosphate vitamer toward biocompatible

hydrogels for in vivo applications. *Int. J. Biol. Macromol.* 2022, 193, 1734–1743.

Crawley, Stanley (1993). *Steel Buildings*. New York: Wiley. p. 272. ISBN 0-471-84298-2.

Cresson, J. (2007). Fractional embedding of differential operators and lagrangian systems. *J. Math. Phys.* 48:033504.

Cristescu, C. P. (2008). *Nonlinear Dynamics and Chaos. Theoretical Fundamentals and Applications*. București: Romanian Academy Publishing House, 337–348.

Cummings, F. W., Dixon, D. D., and Kaus, P. E. (1992). Dynamical model of the magnetic field of neutron stars, *Astrophys. J.* 386.

Dalglish, W. A. & D. W. Boyd (1962-04-01). "CBD-28. Wind on Buildings". *Canadian Building Digest*. Archived from the original on 2007-11-12. Retrieved 2007-06-30.

D'Heedene, R.N. (1961). "A third order autonomous differential equation with almost periodic solutions". *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. Elsevier. 3 (2): 344–350.

Dimitriu, D.G.; Irimiciuc, S.A.; Popescu, S.; Agop, M.; Ionita, C.; Schrittwieser, R.W. On the interaction between two fireballs in low-temperature plasma. *Phys. Plasmas* 2015, 22, 113511.

Dixon, D. D., Cummings, F. W., and Kaus, P. E. (1993). Continuous chaotic" dynamics in two dimensions, *Phys. Nonlinear Phenom* 65.

Eckmann, J. P. (1981). Roads to turbulence in dissipative dynamical systems. *Reviews of modern physics*, 53(4), 643.

"Earth's Atmosphere Composition: Nitrogen, Oxygen, Argon and CO2". *Earth How*. 2017-07-31. Retrieved 2019-10-22

Eckmann, J. P., & Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Reviews of modern physics*, 57(3), 617.

Edgar, Gerald (2008), "Heighway's Dragon", in Edgar, Gerald (ed.), *Measure, Topology, and Fractal Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics* (2nd ed.), New York: Springer

El Naschie, M. S. (1992). *Chaos, Solitons & Fractals* 2, 211.

Engler, J. P. (2023). Transcendental and mathematical infinity in Kant's first antinomy. *Inquiry*, 1-25.

Feigenbaum, M. J. (1978). Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *Journal of statistical physics*, 19(1), 25-52.

Feynman, R. P. and Hibbs, A. R. (1965). *Quantum Mechanics and Path Integrals*, MacGraw-Hill, New York.

Flamant, C.; Pelon, J.; Flamant, P.H.; Durand, P. Lidar determination of the entrainment zone thickness at the top of the un-stable marine

atmospheric boundary layer. Bound. Layer Meteorol. 1997, 83, 247–284.

Flanders, H. Differential Forms with Applications to the Physical Sciences; Dover Publication, Inc.: New York, NY, USA, 2012.

Foken, Thomas (2017). Micrometeorology. Translated by Nappo, Carmen J.; Klein. Berlin, Germany: Springer. ISBN 978-3-642-25439-0.

Galileo G. (1630). Dialogo sopra i massimi sistemi, Torino, 1975; Dialogue sur les deux grands syst`emes du monde, Ed. du Seuil.

Gavriliuț, G., Topliceanu, L., Gîrțu, M., **Rotundu, A. M.**, Irimiciuc, S. A., & Agop, M. (2021). Assessment of Complex System Dynamics via Harmonic Mapping in a Multifractal Paradigm. Mathematics, 9(24), 3298.

Ghiorghita, C.A.; Dinu, M.V.; Dragan, E.S. Burst-free and sustained release of diclofenac sodium from mesoporous silica/PEI microspheres coated with carboxymethyl cellulose/chitosan layer-by-layer films. Cellulose 2022, 29, 395–412.

Ghosal, M. (2005). "7.8.5 Vertical Wind Speed Gradient". Renewable Energy Resources. City: Alpha Science International, Ltd. pp. 378–379. ISBN 978-1-84265-125-4.

Goeppert, A., Czaun, M., Prakash, G. S., & Olah, G. A. (2012). Air as the renewable carbon source of the future: an overview of CO₂ capture from the atmosphere. *Energy & Environmental Science*, 5(7), 7833-7853.

Grosser, T.; Fries, S.; FitzGerald, G.A. Biological basis for the cardiovascular consequences of COX-2 inhibition: Therapeutic challenges and opportunities. *J. Clin. Investig.* 2006, 116, 4–15.

Gupta, Ajaya (1993). *Guidelines for Design of Low-Rise Buildings Subjected to Lateral Forces*. Boca Raton: CRC Press. p. 49. ISBN 0-8493-8969-0.

Gustafsson, M. G. L. (2000). "Surpassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy". *Journal of Microscopy*. 198 (2): 82–87.

Hadlock, Charles (1998). *Mathematical Modeling in the Environment*. Washington: Mathematical Association of America. ISBN 0-88385-709-X.

Haeffelin, M.; Angelini, F.; Morille, Y.; Martucci, G.; Frey, S.; Gobbi, G.P.; Lolli, S.; O'Dowd, C.D.; Sauvage, L.; Xueref-Rémy, I.; et al. Evaluation of Mixing-Height Retrievals from Automatic Profiling Lidars and Ceilometers in View of Future Integrated Networks in Europe. *Bound. Layer Meteorol.* 2011, 143, 49–75.

Hamoya, T.; Fujii, G.; Miyamoto, S.; Takahashi, M.; Totsuka, Y.; Wakabayashi, K.; Toshima, J.; Mutoh, M. Effects of NSAIDs on the risk factors of colorectal cancer: A mini review. *Genes Environ. Off. J. Jpn. Environ. Mutagen Soc.* 2016, 38, 6.

Harrison, Roy (1999). *Understanding Our Environment*. Cambridge: Royal Society of Chemistry. p. 11. ISBN 0-85404-584-8.

Harte, David (2001). *Multifractals*. London: Chapman & Hall. ISBN 978-1-58488-154-4.

Himiniuc, L.M., Socolov, R., Nica, I., Agop, M., Volovat, C., Ochiuz, L., Vasincu, D., **Rotundu, A.M.**, Rosu, I.A., Ghizdovat, V. and Volovat, S.R. (2023). Theoretical and Experimental Aspects of Sodium Diclofenac Salt Release from Chitosan-Based Hydrogels and Possible Applications. *Gels*, 9(5), 422.

Hirsch, M. W., Smale, S., and Devaney, R. L. (2004). *Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos* (2nd edn) (Elsevier/Academic Press, Amsterdam).

Hofer, M.; Hoferova, Z.; Fedorocko, P.; Mackova, N.O. Hematopoiesis-stimulating and anti-tumor effects of repeated administration of diclofenac in mice with transplanted fibrosarcoma cells. *Physiol. Res.* 2002, 51, 629–632.

Hu, X.-M.; Nielsen-Gammon, J.; Zhang, F. Evaluation of Three Planetary Boundary Layer Schemes in the WRF Model. *J. Appl. Meteorol. Clim.* 2010, 49, 1831–1844.

Hubler, A (1989). "Adaptive control of chaotic systems". Swiss Physical Society. *Helvetica Physica Acta* 62: 339–342.

Iftime, M.M.; Dobreci, D.L.; Irimiciuc, S.A.; Agop, M.; Petrescu, T.; Doroftei, B. A theoretical mathematical model for assessing diclofenac release from chitosan-based formulations. *Drug Deliv.* 2020, 27, 1125–1133.

Iftime, M.M.; Morariu, S.; Marin, L. Salicyl-imine-chitosan hydrogels: Supramolecular architecturing as a crosslinking method toward multifunctional hydrogels. *Carbohydr. Polym.* 2017, 165, 39–50.

Irimiciuc, S.A.; Chertopalov, S.; Craciun, V.; Novotný, M.; Lancok, J. Investigation of laser-produced plasma multistructuring by floating probe measurements and optical emission spectroscopy. *Plasma Process. Polym.* 2020, 11, 2000136.

Irimiciuc, S.A.; Hodoroaba, B.C.; Bulai, G.; Gurlui, S.; Craciun, V. Multiple structure formation and molecule dynamics in transient plasmas generated by laser ablation of graphite. *Spectrochim. Acta-Part B At. Spectrosc.* 2020, 165, 105774.

Isaacs, I.M. Finite Group Theory American Mathematical Society; Providence: Rhode Island, RI, USA, 2008.

Jameson, A., Martinelli, L., & Pierce, N. A. (1998). Optimum aerodynamic design using the Navier–Stokes equations. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 10(1), 213-237.

Karlsson, K. G. (1977). On the existence of significant peaks in the quasar redshift distribution. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 58, no. 1977, 237-240.

Ke, C.L.; Deng, F.S.; Chuang, C.Y.; Lin, C.H. Antimicrobial Actions and Applications of Chitosan. *Polymers* 2021, 13, 904.

Kleidon, A. (2020). Physical limits of wind energy within the atmosphere and its use as renewable energy: From the theoretical basis to practical implications. *arXiv preprint arXiv:2010.00982*.

Kokai, F.; Takahashi, K.; Shimizu, K.; Yudasaka, M.; Iijima, S. Shadowgraphic and emission imaging spectroscopic studies of the laser ablation of graphite in an Ar gas atmosphere. *Appl. Phys. A Mater. Sci. Process.* 1999, 69, 223–227.

Kosmidis, K.; Ardyrakis, P.; Macheras, P. Fractal kinetics in drug release from finite matrices. *J. Chem. Phys.* 2003, 119, 6373–6377.

Kumar, R. Self-structuring in Laser-Blow-Off Plasma Plume. *Int. J. Sci. Eng. Res.* 2012, 3, 1–9.

Lal, R. (2005). Encyclopedia of Soil Science. New York: Marcel Dekker. p. 618. ISBN 0-8493-5053-0.

Leidgens, V.; Seliger, C.; Jachnik, B.; Welz, T.; Leukel, P.; Vollmann-Zwerenz, A.; Bogdahn, U.; Kreutz, M.; Grauer, O.M.; Hau, P.

Ibuprofen and Diclofenac Restrict Migration and Proliferation of Human Glioma Cells by Distinct Molecular Mechanisms. PLoS ONE 2015, 10, e0140613.

Leitz, K.H.; Redlingshofer, B.; Reg, Y.; Otto, A.; Schmidt, M. Metal Ablation with Short and Ultrashort Laser Pulses. Phys. Procedia 2011, 12, 230–238.

Lisuzzo, L.; Cavallaro, G.; Milioto, S.; Lazzara, G. Halloysite nanotubes coated by chitosan for the controlled release of khellin. Polymers 2020, 12, 1766.

Lorenz, E. (1972). Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?. Paper delivered at the American Association for the Advancement of Science, Washington.

Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. Journal of the atmospheric sciences, 20(2), 130-141.

Lubosny, Zbigniew (2003). Wind Turbine Operation in Electric Power Systems: Advanced Modeling. Berlin: Springer. p. 17. ISBN 3-540-40340-X.

Maeda, Takao, Shuichiro Homma, and Yoshiki Ito. "Effect of complex terrain on vertical wind profile measured by SODAR technique." *Wind Engineering* 28.6 (2004): 667-678.

Magee, C. L., & Devezas, T. C. (2011). How many singularities are near and how will they disrupt human history? *Technological Forecasting and Social Change*, 78(8), 1365-1378.

Manneville, P., & Pomeau, Y. (1980). Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1(2), 219-226.

Marin, L.; Ailincai, D.; Morariu, S.; Tartau-Mititelu, L. Development of biocompatible glycodynameric hydrogels joining two natural motifs by dynamic constitutional chemistry. *Carbohydr. Polym.* 2017, 170, 60–71.

Marin, L.; Destri, S.; Porzio, W.; Bertini, F. Synthesis and characterization of new azomethine derivatives exhibiting liquid crystalline properties. *Liq. Cryst.* 2019, 36, 21–32.

Marin, L.; Popescu, M.C.; Zabolica, A.; Uji-I, H.; Fron, E. Chitosan as a matrix for biopolymer dispersed liquid crystal systems. *Carbohydr. Polym.* 2013, 95, 16–24.

Mason, John C., and David C. Handscomb. „Chebyshev polynomials.” CRC Press, 2002.

- Mayorek, N.; Naftali-Shani, N.; Grunewald, M. Diclofenac inhibits tumor growth in a murine model of pancreatic cancer by modulation of VEGF levels and arginase activity. *PLoS ONE* 2010, 5, e12715.
- Mazilu, N.; Agop, M.; Merches, I. *Scale Transitions as Foundations of Physics*; World Scientific: Singapore, 2021.
- Mazilu, N.; Agop, M.; Merches, I. The mathematical principles of scale relativity theory. In *The Concept of Interpretation*; CRC Press, Taylor and Francis Group: Boca Raton, FL, USA, 2020.
- McClendon, M. and Rabitz, H. (1988). *Phys. Rev. A* 37, 3479.
- McCulloch, M. E. (20 May 2010). "Minimum accelerations from quantised inertia". *EPL*. 90 (2): 29001.
- McCulloch, M. E. (21 March 2007). "Modelling the Pioneer anomaly as modified inertia" (PDF). *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 376 (1): 338–342.
- McLean, Doug. „Understanding aerodynamics: arguing from the real physics.” John Wiley & Sons (2012).
- Merches, I., and Agop, M. (2016). Differentiability and Fractality in Dynamics of Physical Systems. Singapore: World Scientific, 209–234.
- Milnor, J. (1985). On the concept of attractor. In *The theory of chaotic attractors* (pp. 243-264). Springer, New York, NY.

Mitchell, M. Complexity: A Guided Tour; Oxford University Press: Oxford, UK, 2009.

Morozov, A.A.; Evtushenko, A.B.; Bulgakov, A.V. Gas-dynamic acceleration of laser-ablation plumes: Hyperthermal particle energies under thermal vaporization. *Appl. Phys. Lett.* 2015, 106, 054107.

Nayfeh, A. H., & Balachandran, B. (2008). *Applied nonlinear dynamics: analytical, computational, and experimental methods*. John Wiley & Sons.

„Navier–Stokes Equation”. Clay Mathematics Institute.

<http://www.claymath.org/millennium-problems>. Accesat pe data de 07/03/2023.

Nielsen, E. J., & Anderson, W. K. (1999). Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations. *AIAA journal*, 37(11), 1411-1419.

Nikolova, D.; Simeonov, M.; Tzachev, C.; Apostolov, A.; Christov, L.; Vassileva, E. Polyelectrolyte complexes of chitosan and sodium alginate as a drug delivery system for diclofenac sodium. *Polym. Int.* 2022, 71, 668–678.

Nottale, L. (1980). Perturbation of the Hubble relation by clusters of galaxies, Ph.D. Thesis (Doctorat d'Etat), Paris VI University.

Nottale, L. (1989). Fractals and the quantum theory of spacetime. *International Journal of Modern Physics A*, 4(19), 5047-5117.

Nottale, L. (1993). *Fractal Space-Time and Microphysics: Towards a Theory of Scale Relativity*, World Scientific, Singapore.

Nottale, L. (2011). *Scale relativity and fractal space-time: a new approach to unifying relativity and quantum mechanics*. World Scientific.

Oberhaus, Daniel (2 October 2018). "DARPA is Researching Quantized Inertia, a Theory Many Think is Pseudoscience". *Vice Motherboard*. Retrieved 2 October 2018.

Oke, T. (1987). *Boundary Layer Climates*. London: Methuen. p. 54. ISBN 0-415-04319-0.

Olaru, A.M.; Marin, L.; Morariu, S.; Pricope, G.; Pinteala, M.; Tartau-Mititelu, L. Biocompatible chitosan based hydrogels for potential application in local tumor therapy. *Carbohydr. Polym.* 2018, 179, 59–70.

Onsager, L. (1949). Statistical hydrodynamics. *Il Nuovo Cimento* (1943-1954), 6, 279-287.

Ord, G. N. (1983). *J. Phys. A: Math. Gen.* 16, 1869.

Orlanski, I.; Ross, B.B.; Polinsky, L.J. Diurnal Variation of the Planetary Boundary Layer in a Mesoscale Model. *J. Atmospheric Sci.* 1974, 31, 965–989.

Ott, E. (1981). Strange attractors and chaotic motions of dynamical systems. *Reviews of Modern Physics*, 53(4), 655.

Ott, E. (2002). *Chaos in Dynamical Systems*. College Park, MD: Cambridge University Press, University of Maryland, 160–182.

Pais, A. (1982). *Subtle is the Lord: the Science and Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, New York.

"Planetary boundary layer | atmospheric science | Britannica". www.britannica.com. Retrieved 2020-06-28.

Ramadevi, P.; Dubey, V. *Group Theory for Physicists with Applications*; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2019.

Renda, Michele (October 2019). "A sceptical analysis of Quantized Inertia". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 489 (1): 881–885.

Roongsitthichai, A.; Srisuwatanasagul, S.; Koonjaenak, S.; Tummaruk, P. Expression of cyclooxygenase-2 in the endometrium of gilts with different stages of endometritis. *J. Vet. Med. Sci.* 2011, 73, 1425–1431.

Rosu, I.-A.; Cazacu, M.-M.; Prelipceanu, O.S.; Agop, M. A Turbulence-Oriented Approach to Retrieve Various Atmospheric

Parameters Using Advanced Lidar Data Processing Techniques.
Atmosphere 2019, 10, 38.

Safonov, L. A., Tomer, E., Strygin, V. V., Ashkenazy, Y., & Havlin, S. (2002). Multifractal chaotic attractors in a system of delay-differential equations modeling road traffic. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 12(4), 1006-1014.

Saviuc, A.; Gîrțu, M.; Topliceanu, L.; Petrescu, T.-C.; Agop, M. “Holographic Implementations” in the Complex Fluid Dynamics through a Fractal Paradigm. *Mathematics* 2021, 9, 2273.

Scarpa, Riccardo; Marconi, Gianni; Gilmozzi, Roberto (27 March 2006). "Globular Clusters as a Test for Gravity in the Weak Acceleration Regime". *AIP Conference Proceedings*. 822 (102): 102–104.

Schuster, H. G., & Just, W. (2006). *Deterministic chaos: an introduction*. John Wiley & Sons.

Seidel, D.J.; Ao, C.; Li, K. Estimating climatological planetary boundary layer heights from radiosonde observations: Comparison of methods and uncertainty analysis. *J. Geophys. Res. Atmos.* 2010, 115.

Seydel, R. (1988). *From equilibrium to chaos: practical bifurcation and stability analysis*. Elsevier Science Limited.

Shishikura, Mitsuhiro (1991). "The Hausdorff dimension of the boundary of the Mandelbrot set and Julia sets". arXiv:math/9201282

Smale, Steve. „Mathematical problems for the next century." Mathematics: frontiers and perspectives 271-294 (2000).

Smolyaninov, Igor I. (24 November 2008). "Photoluminescence from a gold nanotip in an accelerated reference frame". Physics Letters A. 372 (47): 7043–7045.

Soucail, G., Fort, O., Mellier, Y., & Picat, J. P. (1987). A blue ring-like structure in the center of the A 370 cluster of galaxies. Astronomy and astrophysics, 172, L14-L16.

Sprott, J. C. (2003). Chaos and Time-Series Analysis (Oxford University Press, Oxford).

Sprott, J. C. (2010). Elegant chaos: algebraically simple chaotic flows. World Scientific.

Stoltman, Joseph (2005). International Perspectives on Natural Disasters: Occurrence, Mitigation, and Consequences. Berlin: Springer. p. 73. ISBN 1-4020-2850-4.

Strogatz, S.H. Nonlinear Dynamics and Chaos, 2nd ed.; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2015.

Stull, Roland (1997). An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Boston: Kluwer Academic Publishers. p. 442. ISBN 90-277-2768-6.

Swinney, H. L. (1983). Observations of order and chaos in nonlinear systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 7(1-3), 3-15.

Takagi, Teiji (1901), "A Simple Example of the Continuous Function without Derivative", *Proc. Phys.-Math. Soc. Jpn.*, 1: 176–177

Tatarski, V. I. (2016). *Wave propagation in a turbulent medium*. Courier Dover Publications.

Teschl, Gerald (2012). *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems*. Providence: American Mathematical Society.

Tesloianu, N. D., Ghizdovat, V., Agop, M., Rusu, C., & Cardoneanu, A. (2020). On the Chameleonic Behaviour of Cholesterol through a Fractal/Multifractal Model. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2020.

"The Definitive Glossary of Higher Mathematical Jargon — Chaos". Math Vault. 2019-08-01. Retrieved 2019-11-24.

Thompson, Russell (1998). *Atmospheric Processes and Systems*. New York: Routledge. pp. 102–103. ISBN 0-415-17145-8.

Thuillier, R.H.; Lappe, U.O. (1964). "Wind and Temperature Profile Characteristics from Observations on a 1400 ft Tower". *Journal of Applied Meteorology*. American Meteorological Society. 3 (3): 299–306.

Tiwari, G.; Tiwari, R.; Sriwastawa, B.; Bhati, L.; Pandey, S.; Pandey, P.; Bannerjee, S.K. Drug delivery systems: An updated review. *Int. J. Pharm. Investig.* 2012, 2, 2–11.

Toma, B.F.; Socolov, R.; Popa, O.; Socolov, D.; Nica, I.; Agop, M.; Vasincu, D.; Grigore, M.; Ochiuz, L. Prospects and challenges of the drug delivery systems in endometriosis pain management: Experimental and theoretical aspects. *J. Immunol. Res.* 2021, 2021, 2727174.

Vane, J.R. Inhibition of prostaglandin synthesis as a mechanism of action for aspirin-like drugs. *Nat. New Biol.* 1971, 231, 232–235.

Volkov, N.A. Splitting of laser-induced neutral and plasma plumes: Hydrodynamic origin of bimodal distributions of vapor density and plasma emission intensity. *J. Phys. D Appl. Phys.* 2021, 54, 37LT01.

Vulpiani, A., Cecconi, F., & Cencini, M. (2009). *Chaos: from simple models to complex systems* (Vol. 17). World Scientific.

Wang, M.; Shangguan, Y.; Zheng, Q. Dynamics and Rheological Behavior of Chitosan-Grafted-Polyacrylamide in Aqueous Solution upon Heating. *Polymers* 2020, 12, 916.

Weisstein, Eric W. "Chaos". [mathworld.wolfram.com](https://mathworld.wolfram.com/Chaos.html). Retrieved 2019-11-24.

West, B. J. (2013). *Fractal physiology and chaos in medicine* (Vol. 16). World Scientific.

"What is Chaos Theory? – Fractal Foundation". Retrieved 2019-11-24.

Wizelius, Tore (2007). *Developing Wind Power Projects*. London: Earthscan Publications Ltd. p. 40. ISBN 978-1-84407-262-0.

Wolfram Alpha LLC. 2016. Wolfram|Alpha.
<http://www.wolframalpha.com> (access May 2, 2023).

Wyngaard, J.C. Structure of the PBL. In *Lectures on Air Pollution Modeling*; American Meteorological Society: Boston, MA, USA, 1988; pp. 9–61.