



Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 1 din 6

	Parțial	Punctaj
<b>Subiectul I</b>		<b>10</b>
<b>a) Mingea A</b> Ecuția de mișcare este $y_A(t) = h + v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2.$	0,3	<b>2,0</b>
Primul contact cu solul are loc pentru $y_A = 0$ , deci $h + v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 = 0.$	0,2	
Rădăcina pozitivă este $t_A = \frac{v_0 \sin \theta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}}{g}$	0,5	
<b>Mingea B</b> Ecuția de mișcare este $y_B(t) = h - v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2.$	0,3	
Din $y_B = 0$ , rezultă $h - v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 = 0,$	0,2	
de unde $t_B = \frac{-v_0 \sin \theta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}}{g}$	0,5	
<b>b) Pozițiile horizontale la primul contact sunt:</b> $x_A = v_0 \cos \theta t_A, x_B = -v_0 \cos \theta t_B.$	0,8	<b>3,0</b>
Distanța dintre punctele de impact este $d = x_A - x_B = v_0 \cos \theta (t_A + t_B).$	0,8	
Dar $t_{A1} + t_{B1} = \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}}{g},$	0,6	
deci $d = \frac{2v_0 \cos \theta}{g} \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}.$	0,8	
<b>c) Pentru ambele mingi, din relația</b> $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gh$	0,4	
rezultă același modul al vitezei: $u = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}.$	0,6	
După primul impact, viteza verticală de plecare devine $u_1 = eu.$	0,4	
Timpu dintre două contacte succesive cu solul este apoi: $\frac{2eu}{g}, \frac{2e^2u}{g}, \frac{2e^3u}{g}, \dots$	0,8	
Suma acestor timpi este		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.



Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 2 din 6

	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e^n u}{g} = \frac{2u}{g} \cdot \frac{e}{1-e}, (0 \leq e < 1).$	0,8	
Pentru mingea A	$T_A = t_A + \frac{2u}{g} \frac{e}{1-e}.$	0,3	
Adică	$T_A = \frac{v_0 \sin \theta}{g} + \frac{1+e}{g(1-e)} \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}$	0,2	<b>4,0</b>
Pentru mingea B	$T_B = t_B + \frac{2u}{g} \frac{e}{1-e}.$	0,3	
Deci	$T_B = -\frac{v_0 \sin \theta}{g} + \frac{1+e}{g(1-e)} \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gh}$	0,2	
Oficiu			<b>1 p</b>

Barem propus de:

Asist. Univ. Asoc. Drd. Vitalie LUNGU

	Parțial	Punctaj
<b>Subiectul II</b>		<b>10</b>
a. Din teorema variației energiei cinetice, rezultă:		
	$\frac{mv_1^2}{2} - 0 = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F_f},$	1
unde		
	$\mathcal{L}_G = mgh,$	0,3
iar		
	$\mathcal{L}_{F_f} = -F_f L,$	0,3
	$F_f = \mu N$	0,3
cu		
	$N = mg \cos \alpha$	0,3
și		
	$L = \frac{h}{\sin \alpha}.$	0,3
Prin urmare		
	$v_1 = \sqrt{2gh(1 - \mu \text{ctg} \alpha)}.$	0,3
Numeric,		
	$v_1 = 4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 4,4 \text{m/s}.$	0,2

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.



Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 3 din 6

<p><b>b)</b> În timpul tranzitului, planul orizontal preia componenta verticală a impulsului sacului. Dacă <math>l</math> este lungimea sacului, din care o porțiune <math>x</math> este deja pe planul orizontal, la un moment dat, în timpul tranzitului, atunci teorema variației impulsului pentru sac se scrie:</p> <p>- pe orizontală</p> $mv_1' - mv_1 \cos \alpha = \langle -\mu N_1 - \mu N_2 \cos \alpha + N_2 \sin \alpha \rangle \tau,$ <p>unde</p> $N_2 = \frac{m}{l}(l - x)g \cos \alpha$ <p>este reacțiunea normală a porțiunii de sac de pe planul înclinat, <math>N_1</math> este reacțiunea planului orizontal, iar parantezele ascuțite reprezintă media în raportul cu timpul de tranzit <math>\tau</math>;</p> <p>- pe verticală:</p> $0 - mv_1 \sin \alpha = \langle mg \frac{x}{l} - N_1 + \frac{m}{l}(l - x)g - \mu N_2 \sin \alpha - N_2 \cos \alpha \rangle \tau.$ <p>Aceste două ecuații se rescriu</p> $m(v_1' - v_1 \cos \alpha) = -\mu \langle N_1 \rangle \tau + mg \tau \left( 1 - \frac{\langle x \rangle}{l} \right) (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cos \alpha$ <p>și</p> $-mv_1 \sin \alpha = mg \tau - \langle N_1 \rangle \tau - mg(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) \left( 1 - \frac{\langle x \rangle}{l} \right) \tau.$ <p>Deoarece</p> $mv_1 \sin \alpha \propto \langle N_1 \rangle \tau \gg mg \tau \gg mg(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) \left( 1 - \frac{\langle x \rangle}{l} \right) \tau,$ <p>atunci</p> $\langle N_1 \rangle = mg + \frac{mv_1 \sin \alpha}{\tau}$ <p>și</p> $v_1' = v_1(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - \mu g \tau.$ <p>Din condiția <math>v_1' &gt; 0</math>, rezultă</p> $\tau < \frac{v_1 \sin \alpha}{g} \left( \frac{\text{ctg} \alpha}{\mu} - 1 \right).$ <p>Numeric,</p> $\tau < 0,319 \text{ s} \cong 0,32 \text{ s}$	<p>1</p> <p>0,2</p> <p>1</p> <p>3,3</p> <p>0,3</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p>	
<p><b>c)</b> Dacă <math>\tau \rightarrow 0</math> s, din condiția ca <math>v_1' &gt; 0</math>, rezultă</p> $\mu < \text{ctg} \alpha.$ <p>Această condiție este satisfăcută, deoarece <math>0,50 &lt; 1</math>. Altfel spus,</p> $\alpha + \varphi < \frac{\pi}{2},$ <p>unde</p>	<p>0,2</p> <p>0,3</p> <p>0,1</p>	<p>0,6</p>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.



Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 4 din 6

este unghiul de frecare.	$\varphi = \arctg\mu$		
Pe planul orizontal, forța de frecare este	$F_f = \mu mg,$	0,3	
așa încât teorema variației energiei cinetice dă	$0 - \frac{mv_1'^2}{2} = -F_f D,$	1	
de unde	$D = \frac{v_1'^2}{2\mu g} \leq \frac{h(1 - \mu \operatorname{ctg}\alpha)(\operatorname{ctg}\alpha - \mu)^2 \sin^2\alpha}{\mu}$	0,6	2,1
Numeric	$D \leq 0,50 \text{ m}.$	0,2	
<b>Oficiu</b>			<b>1p</b>

Barem propus de:

Conf. Univ. Dr. Sebastian POPESCU

	Parțial	Punctaj
<b>Subiectul al III-lea</b>		10
a) La echilibru, ecuația de mișcare a bilei se scrie:		
	$\frac{mv^2}{r} = T_0,$	0,5
unde		
	$T_0 = m_0 g.$	0,5
Prin urmare		
	$\frac{mv^2}{r} = m_0 g.$	0,4
Pentru noua poziție de echilibru, raționamentul este analog, rezultând		
	$\frac{mv'^2}{r'} = \frac{m_0 g}{2}.$	0,5
Din aceste două relații rezultă		
	$\left(\frac{v}{v'}\right)^2 \frac{r'}{r} = 2.$	0,4
Pe de altă parte, momentul cinetic al bilei față de orificiu se conservă:		
	$mvr = mv'r',$	0,5
de unde		
	$\frac{v}{v'} = \frac{r'}{r}.$	0,4
Din combinarea rezultatelor obținute, rezultă		
	$r'/r = 2^{1/3}.$	0,4

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.



Concursul Național Studențesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 5 din 6

<p>b) Imediat după ruperea corpului suspendat se modifică tensiunea în fir, iar bila va fi accelerată radial. Viteza bilei va rămâne aceeași, deoarece <math>T \perp v</math>, așa încât lucrul mecanic efectuat asupra bilei este nul, adică energia ei cinetică se conservă. În aceste condiții:</p> $\frac{m_0}{2} a = T - \frac{m_0}{2} g,$ $ma = \frac{mv^2}{r} - T,$ <p>unde</p> $a = \ddot{r}.$ <p>Din cele două ecuații de mișcare, eliminând <math>a</math>, rezultă</p> $T = \frac{m \frac{m_0}{2}}{m + \frac{m_0}{2}} \left( \frac{v^2}{r} + g \right).$ <p>Cum, de la <math>a</math>,</p> $\frac{mv^2}{r} = m_0 g,$ <p>atunci</p> $T = \frac{m + m_0}{2m + m_0} m_0 g.$	<p>0,5</p> <p>0,6</p> <p>0,6</p> <p>2,7</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>	
<p>c) Din ecuațiile de mai sus, accelerația radială a bilei este</p> $a = \frac{\frac{mv^2}{r} - \frac{m_0}{2} g}{m + \frac{m_0}{2}}.$ <p>Imediat după ruperea corului suspendat, expresia acesteia este</p> $a = \frac{m_0 g - \frac{m_0}{2} g}{m + \frac{m_0}{2}} = \frac{m_0}{2m + m_0} g.$ <p>Raza de curbură imediat după ruperea corpului suspendat se poate calcula în două moduri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>dinamic:</b></li> </ul> <p>arcul de spirală pe care îl descrie bila este un arc de cerc cu raza <math>R</math>, așa încât</p> $T = \frac{mv^2}{R}.$ <p>Cum însă</p> $\frac{mv^2}{r} = m_0 g,$ <p>atunci</p> $T = m_0 g \frac{r}{R},$ <p>de unde</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>	<p>2,7</p>

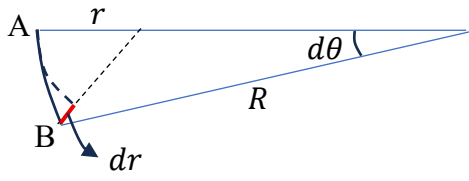
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.



Concursul Național Studentesc de Fizică „Dragomir Hurmuzescu”  
ediția a XIV-a, etapa locală, Iași, 13 martie 2026

Barem – anul II

pagina 6 din 6

<p>adică</p> $\frac{R}{r} = \frac{m_0 g}{T},$	0,3	
$\frac{R}{r} = \frac{2m + m_0}{m + m_0}.$	0,4	
<p>• <b>cinematic:</b> Conform detaliului alăturat, în timpul <math>dt</math> bila parcurge arcul <math>AB = vdt = R d\theta</math>. În acest timp, distanța dintre bilă și orificiu crește cu <math>dr</math>, dat de</p>  $r + dr = \sqrt{R^2 + (R - r)^2 - 2R(R - r)\cos(d\theta)}$ $\cong \sqrt{R^2 + (R - r)^2 - 2R(R - r)\left[1 - \frac{(d\theta)^2}{2}\right]}$ $= r \sqrt{1 + \frac{R}{r^2}(R - r)(d\theta)^2} \cong r \left[1 + \frac{R}{2r^2}(R - r)(d\theta)^2\right],$ <p>de unde</p> $dr = \frac{R}{2r}(R - r)(d\theta)^2.$ <p>Înlocuindu-l pe <math>d\theta</math> cu <math>dt</math>, găsim</p> $dr = v^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) \frac{(dt)^2}{2}.$ <p>Cum</p> $dr = dr(t) = dr(0) + \dot{r}dt + \ddot{r} \frac{(dt)^2}{2} + \dots,$ <p>atunci</p> $\ddot{r} = v^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right).$ <p>De aici rezolvarea este identică cu cea de mai sus.</p>		
<p><b>Oficiu</b></p>		<p><b>1p</b></p>

Barem propus de:  
Conf. Univ. Dr. Sebastian POPESCU

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul din barem va primi punctajul maxim .
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în rezolvare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de student.