UNIVERSITATEA “Al. I. CUZA” IAȘI
FACULTATEA DE FIZICĂ

Studiul unor interacții fizice utilizând elemente de dinamică neliniară

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

Doctorand
Gațu Irina Nicoleta

Conducător ştiinţific
prof. univ. dr. Maricel AGOP

2017

Vă facem cunoscut că în ziua de **24 martie 2017**, **ora 13**, în **sala L1**, drd. **Gațu Irina Nicoleta** va susține, în ședință publică, teza de doctorat intitulată **„Studiul unor interacții fizice utilizând elemente de dinamică neliniară”**, în vederea obținerii titlului științific de Doctor în domeniul Fizică al Universității „Alexandru Ioan Cuza” din Iași.

Comisia de doctorat are următoarea componență:

Președinte: prof. univ. dr. Diana MARDARE – Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

Coordonator științific: prof. univ. dr. Maricel AGOP – Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

Referenți:

- prof. univ. dr. Cristina STAN – Facultatea de Științe Aplicate, Departamentul de Fizică, Universitatea Politehnică București
- prof. univ. dr. Dumitru VULCANOV – Facultatea de Fizică, Universitatea de Vest Timișoara
- conf. dr. Dan Gheorghe DIMITRIU – Facultatea de Fizică, Departamentul de Fizică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza Iași.

Cuprins

INTRODUCERE

Prezenta teză de doctorat este structurată în trei capitole având ca scop ”implementarea” și ”promovarea” elementelor de dinamică neliniară de la teoria clasică a culorilor luminii – o paradigmă pentru descrierea interacției particulelor (capitolul 1), la dinamici de tip Lorenz și Stokes în migrarea veziculelor extra-celulare (capitolul 2), până la fundamentarea unor noi proceduri legate de dinamici nediferențiale în sisteme complexe (capitolul 3).

Într-un asemenea ”ambient” neliniariatatea va fi explicitată prin necomutativitate ca ”ingredient” al interacțiunilor tari, respectiv prin lumină ca model universal de interacții la orice scală de rezoluție (capitolul 1), prin mecanisme de tip Lorenz respectiv Stokes în structurile biologice (capitolul 2) sau, mai general, prin fractalitate pe baza mișcărilor pe curbe continue și nediferențiale ale unităților structurale ale sistemelor complexe (capitolul 3). În acest ultim caz varianta de tip Schrödinger și cea de tip hidrodinamic devin proceduri universale de analiză a dinamicilor în sistemele complexe.

CAPITOLUL 1
Teoria Clasica a Culorilor Luminii: o Paradigma pentru Descrierea Interactiei Particulelor. Posibile implicatii in dinamicele biostructurilor

La origine, culoarea este o proprietate de interacție: a luminii cu materia. Așadar, putem spune că, din punct de vedere clasic, ea este înrudită cumva cu forța, care, evident, este tot o proprietate de interacție. Diferența (gnoseologică) este aceea că, pe când forțele au generat concepția mecanică asupra lumii, culorile au generat concepția optică. Cele două concepții asupra lumii par să fie total antagoniste, după cum o dovedește istoria fizicii. Una dintre ideile moderne asupra interacției dintre particulele fundamentale componente ale materiei, anume cromodinamica cuantică, urmăreste să umple golul dintre mecanică și optică printr-o descriere specifică a interacțiilor tari. Vom arăta aici că această descriere modernă a interacțiilor dintre particulele elementare are de fapt legătură strânsă cu teoria luminii, atât în forma sa clasică, cât și în forma cuantică, indiferent de vreo conexiune între forțe și culori. Prin aceasta, lumina se erijează într-un model universal în descrierea materiei. Descrierea la care ne referim atrage însă după sine câmpuri Yang-Mills legate de conceptul clasic de culoare. Întrucât câmpurile Yang-Mills sunt o generalizare naturală a celor electromagnetice, avem așadar aici o generalizare naturală a teoriei interacțiilor electromagnetice în chiar cadrul teoriei clasice a culorilor, deci o legătură fizică între forță și culoare. Rezultatele originale din prezentul capitol au fost publicate în referința noastră[1] . Să notăm că proceduri matematice similare cu cele din această referință sunt dezvoltate și în lucrările [2,3].

Proprietatile luminii pot fi prezentate cu ajutorul geometriei diferentiale a suprafetei de unda dupa cum urmeaza:

$$\hat{\boldsymbol{n}} \cdot (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{n}} \cdot d^2\boldsymbol{x} + \hat{\boldsymbol{n}} \cdot d^3\boldsymbol{x} + \ldots \quad (1.2)$$

Ideea lui Hooke [4,5] de reprezentare a culorii este bazată pe conceptul de “orb” al lui Thomas Hobbes [6]. In termeni geometrici moderni, ea s-ar traduce prin aceea ca in suprafata de unda actioneaza forte fizice, analoge, de exemplu, forței de frecare din mecanică.

În propagare, suprafata de undă își schimba curbura, iar acest fapt poate fi prezentat local prin diferentiale, nu neaparat printr-o suprafata de unda globala.

Local, forta in suprafata poate fi definita printr-o 2-forma diferentiala:

$$f = w_1^3 \wedge \phi^1 + w_2^3 \wedge \phi^2 \tag{1.3}$$

Teoria clasică a suprafetelor devine atunci consecință a dinamicii generate de aceste forțe. Dacă forțele în suprafață de undă sunt nule, curbura locala a suprafetei se defineste in mod natural cu ajutorul lemelor lui Cartan [7]:

$$\begin{pmatrix} w_1^3 \\ w_2^3 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s^1 \\ s^2 \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Daca fortele in suprafata sunt permanente matricea curburii locale a suprafetei de unda nu mai este simetrica, fapt ce se resimte in curbura gaussiana a suprafetei.

A doua formă fundamentală a suprafeței reprezinta cantitativ proiectia variatiei vectorului unitate normal suprafetei pe directia variatiei vectorului de pozitie in suprafata:

$$\hat{\boldsymbol{n}} \cdot d^2\boldsymbol{x} \equiv -d\hat{\boldsymbol{n}} \cdot d\boldsymbol{x} = \langle s|\boldsymbol{b}|s\rangle \tag{1.5}$$

Ca atare, a doua forma fundamentala a suprafetei de unda reprezinta culoarea luminii in sensul lui Hooke [4,5], insa este o proprietate de simetrie transversala asa cum arata Newton [8], pe baza experimentelor sale cu prisma optica. Printr-o extensie naturala putem concepe parametrii de curbura ai suprafetei de unda ca fiind parametri de culoare, in care caz spatiul culorilor este tridimensional. Acest fapt legifereaza matematic ideea de tricromaticitate – trei culori de baza din care se pot construi toate celelalte culori ale luminii – lasand observatiei experimentale libertatea de bicromaticitate, prin aceea ca observatiile asupra luminii nu se pot face decat in plan.

Fluctuatiile luminii pot fi atunci fizic reprezentate prin variatii ale parametrilor de curbura ai suprafetei de unda ce determina forme patratice care se adauga celei de-a doua forme fundamentale:

$$p_{XY(x,y)} = \frac{\sqrt{ac-b^2}}{2\pi} exp\left\{-\frac{1}{2}(ax^2+2bxy+cy^2)\right\} \qquad (1.14)$$

reprezentând deformarea suprafetei. Aceste pot fi luate ca acele parti minimale definite experimental de Newton [8] ca fiind raze de lumina – prototipul particulelor experimentale moderne.

Teoria cuantica este reprezentabila in acest formalism prin ideea lui Planck referioare la distributiile statistice cu functii de varianta patratica in raport cu media, in care densitatea de probabilitate ce caracterizeaza variatia culorilor este o distributie de tip K :

$$A+B = \frac{2b\beta-a\gamma-c\alpha}{ac-b^2}; AB = \frac{\alpha\gamma-\beta^2}{ac-b^2}; A>B\,, \qquad (1.27)$$

cu medie si varianta ce nu depind decat de parametrii de curbura ai suprafetei de unda si de variatiile lor:

$$\overline{dZ} \equiv \frac{1}{2}\frac{A+B}{AB} = \frac{1}{2}\frac{2\beta d\beta-\gamma d\alpha-\alpha d\gamma}{\alpha\gamma-\beta^2};$$

$$\overline{[\Delta(dZ)]^2} \equiv \frac{1}{2}\frac{A^2+B^2}{A^2B^2} == \frac{1}{2}\left(\frac{2\beta d\beta-\gamma d\alpha-\alpha d\gamma}{\alpha\gamma-\beta^2}\right)^2 - \frac{d\alpha d\gamma-(d\beta)^2}{\alpha\gamma-\beta^2} \qquad (1.29)$$

In cadrul unei teorii cu variatii continue a parametrilor de curbura, varianta procesului de fluctuatie se descrie metric:

$$\frac{1}{4}(w_2^2-4w_1w_3), \qquad (1.31)$$

de exemplu prin forma patratica Killing-Cartan [10,11] a actiunii omografice a matricilor reale 2×2 :

$$\alpha \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{pmatrix}. \qquad (1.32)$$

Procesul stocastic ce reprezinta fluctuatiile este un proces de tip Lévy cu trei parametri [12]. La randul ei, aceasta problema indica fezabilitatea unei abordari si mai speciale a geometriei culorilor, ce conduce la ideea campurilor de tip Yang-Mills, chiar in cazul clasic.

Se poate astfel construi o teorie de tipul Yang-Mills pentru culori, care a si fost data de Resnikoff. Matricea Cartan [7,10] a acestei reprezentari:

$$f(x,y) \equiv \alpha x^2 + 2\beta xy + \gamma x^2 + 2ax + 2by + c = 0 \qquad (1.38)$$

se poate parametriza in raport cu stralucirea luminii si parametrii de localizare a culorii in planul experimental:

$$\begin{pmatrix} \frac{da}{db} \end{pmatrix} = \frac{1}{\alpha\gamma-\beta^2}\begin{pmatrix} \gamma d\alpha - \beta d\beta & \alpha d\beta - \beta d\alpha \\ \gamma d\beta - \beta d\gamma & \alpha d\gamma - \beta d\beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \qquad (1.46)$$

$$\Omega \equiv d\left(\ln\sqrt{\Delta}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -w_2/2 & w_1 \\ -w_3 & w_2/2 \end{pmatrix};\ \Delta \equiv \alpha\gamma - \beta^2, \qquad (1.47)$$

$$w_1 = \frac{\alpha d\beta - \beta d\alpha}{\Delta};\ \ w_2 = \frac{\alpha d\gamma - \gamma d\alpha}{\Delta};\ \ w_3 = \frac{\beta d\gamma - \gamma d\beta}{\Delta}, \qquad (1.48)$$

dupa cum a aratat MacAdam [14]. Elipsele MacAdam [14], ce descriu incertitudinea in localizarea parametrilor de culoare, dau astfel o interpretare statistica elementelor diferentiale ale culorilor din reprezentarea Resnikoff [13].

Dinamica culorilor se reprezinta astfel in coreperul unei algebreSL (2,R):

$$w_1 = \frac{du}{v^2};\ w_2 = 2\frac{udu+vdv}{v^2};\ w_3 = \frac{(u^2-v^2)du+2uvdv}{v^2} \qquad (1.49)$$

Parametrul ei esential este unghiul Hannay [15] al problemei:

$$\Theta \equiv \frac{\alpha d\beta \Lambda d\gamma + \beta d\gamma \Lambda d\alpha + \gamma d\alpha \Lambda d\beta}{\Delta^{3-2}}\ . \qquad (1.51)$$

a carui diferentiala exterioara:

$$d\Lambda w_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{\Delta}}\Theta;\ d\Lambda w_2 = \frac{2\beta}{\sqrt{\Delta}}\Theta;\ d\Lambda w_3 = \frac{\gamma}{\sqrt{\Delta}}\Theta. \qquad (1.50)$$

este o masura a fluxului culorilor prin suprafata de unda.

$$d\Lambda w_1 - w_1 \Lambda w_2 = 0;\ d\Lambda w_3 - w_2 \Lambda w_3 = 0;$$
$$d\Lambda w_2 - 2(w_3 \Lambda w_1) = 0 \qquad (1.54)$$

Capitolul sustine ideea continuitatii unei dinamici ce reprezinta lumina, intr-o teorie de tipul Yang-Mills, insa nu bazata pe electromagnetism, dintr-o perspectiva ce reiese din principiul holografic. Daca ar fi sa rezumam acest ultim principiu, putem spune ca lumina este un model universal al lumii fizice. In capitolul de fata incercam sa explicitam de fapt aceasta declaratie.

Se arata astfel ca asertiunile corelate cu principiul holografic au de fapt o descendenta istorica, ce incepe la Newton si continua cu teoria cuantica a luminii, care a si prilejuit ideea de baza holografiei. Teoria luminii a lui Newton inseamna faptul ca lumina suporta in realitate ideea unei simetrii abstracte legata de culoare. Acest corolar al lucrarilor lui Newton poate fi inteles in mod adecvat numai cu referire la teoria rationala a lui Hooke privind culorile: *nu forma geometrica a razei de lumina este cea care predomina, ci simetria bidimensionala generala*. Teoria cuantelor a lui Planck indica exact aceeasi proprietate simetrie a campurilor fizice. Nu este deci surprinzator ca holografia, la fel ca si baza sa cuantica, sa aiba radacini in teoria clasica a luminii, si ca principiul holografic sa se dovedeasca astfel a fi un principiu solid universal ce caracterizeaza interactiile materiei, atat timp cat lumina poarta informatia in univers.

Asadar, lumina poate fi luata ca un model fizic bine intemeiat pentru teoria interactiilor particulelor materiale, ce se definesc in maniera moderna, adica experimental. Acesta este de fapt modul in care Newton insusi vede particulele de lumina. Particulele elementare reale, fiind spatial extinse, au o suprafata de separare in spatiu, ce poate fi tratata fizic prin mijloacele geometriei diferentiale a suprafetelor. O teorie fizica a particulelor reale trebuie deci sa fie atunci teorie de tipul Yang-Mills, analoga teoriei culorilor luminii.

Semnificațiile mărimilor fizice ce intervin în relațiile de mai sus sunt date în capitolul 1 al tezei.

BIBLIOGRAFIE

1. Mazilu N., Agop M., Gațu I., Iacob D.D., Butuc I., Ghizdovăț V. (2016a): The classical theory of light colors: a paradigm for description of particle interactions, International Journal of Theoretical Physics, DOI: 10.1007/s10773-015-2910-x.

2. Mazilu N., Agop M., Gațu I., Iacob D.D., Ghizdovăț V. 2016b): From Kepler problem to skyrmions, Modern Physics Letters B., 30, 13, 1650153 (16 pagini): DOI: 10.1142/ S02179849165015 30

3. Mazilu, N., Agop M., Boicu M., Mihăileanu D., Pricop M., Gațu I.,Iacob D.D., Ghizdovaț V. (2015): The geometry of heavenly matter formations, Physics Essays, 28, 15, 120-127.

4. Hooke, R. (1665): Micrographia, or Some Physiological Description of Minute Bodies Made by Magnifying Glasses, Martyn and Allestry, London, pp. 55-67.

5. Hooke, R. (1705): The Posthumous Works of Robert Hooke, Johnson Reprint Corporation, New York, 1969.

6. Hobbes, T. (1644): Tractus Opticus, in Thomae Hobbes Malmesburiensis Opera Philosophica Quae Latine Scripsit Omnia, vol. 5, pp. 215- 248, J. Bohn, London, 1839.

7. Finikov, S.R. (1948): Cartan′s Method of exterior Forms in Differential Geometry (în rusește).

8. Newton, Sir Isaac (1952): Opticks, or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light, Dover Publications, Inc., New York.

9. Planck M., Planck ′s: Original Papers in Quantum Physics translated by D. Ter-Haar ¸si SG. Brush și adnotate de H. Kang, Wiley & Sons, New York, 1972.

10. Finikov, S.P. (1952): Course on Differential Geometry, UGIZ, Moscow (în rusește).

11. Flanders, H. (1989): Differential Forms with Applications to the Physics Sciences, Dover Publications, New York.

12. Levy, P. (1965): Processus Stochastiques et Mouvement Brownien, Gauthier-Villasr, Paris.

13. Resnikoff, H. L. (1974): Differential Geometry of Color Perception, Journal of Mathematical Biology, Vol. 1, pp. 97 – 131.

14. MacAdam, D. L (1942): Visual Sensitivities to Color Differences in Daylight, Journal of the Optical Society of America, Vol. 32, pp. 247 – 274.
15. Hannay, J.H. (1985): Angle Variable Holonomy in Adiabatic Excursion of an Integrable Hamiltonian, Journal of Physics A: Mathematical and General Vol. 18, pp. 221-230.

CAPITOLUL 2

Dinamici de tip Lorenz și Stokes în migrarea veziculară

În structurile biologice de tip multicelular, atât starea normală cât și cea patologică sunt definite prin intermediul modurilor de comunicare ce implică celulele componente. În ciuda rețelelor complicate de mediatori solubili, celulele sunt și ele programate să schimbe între ele mesaje complexe (informații), preasamblate ca pachete multimoleculare de structuri membranoase cunoscute sub denumirea de vezicule extracelulare (VE). Diverse procese biogenetice produc VE cu diferite proprietăți, capabile să dirijeze reacții ale celulelor învecinate, sau să stabilească un mediu pregătit pentru răspândirea celulelor canceroase. Un astfel de efect este, de fapt, o extensie a rolurilor fiziologice similare jucate de către exozomi (minivezicule) în ghidarea migrației celulelor pe parcursul remodelării țesuturilor necanceroase și a organogenezei.

În prezentul capitol se construiesc modelele Lorenz și Stokes al migrației VE. Astfel, pornind de la un experiment biologic mintal, echivalent experimentului lui Benard, ce implică un strat fluid de VE aderent la o matrice extracelulară, într-un gradient haptotactic (reamintim că haptotaxia se referă la deplasarea unei celule pe un substrat elaborăm modelul Lorenz pentru migrarea VE. Într-o asemenea conjectură, utilizând metoda lui Galerkin de reducere a unui sistem de ecuații diferențiale parțiale la un sistem de ecuații diferențiale ordinare, dezvoltăm un sistem Lorenz biologic.

Pe baza dinamicilor unei vezicule de formă sferică, puternic impermeabilă local, supusă acțiunii unui fluid biologic cu proprietăți newtoniene, se fundamentează modelul Stokes de migrare VE.

Asemenea abordări fizice ce constau în distribuirea de repere moleculare individuale sau ghidate de celule de tip exozom în spații de tip matrice extracelulară pot servi ca modele pentru neoformarea (neogenerarea) în țesuturi a modurilor de înmugurire atât în cazurile tumorale cât și în cele netumorale.

Rezultatetele originale din acest capitol au fost publicate ˆın referința noastră [1].

Este din ce în ce mai acreditată ideea că traficul prin vezicule, încluzând și eliberarea de VE, este un proces foarte important în apariția tumorilor și în embriogeneză [2-4].

Veziculele sunt membrane închise care plutesc în soluții apoase (vezi Fig.2.1). Aceste membrane servesc ca bariere eficiente de permeabilitate. Veziculele mimează una dintre cele mai primitive și flexibile d.p.d.v. mecanic interfețe de separație dintre interiorul și exteriorul unei celule. În general, fluidul înconjurat de membrană este incompresibil pentru ca vezicula să evolueze la un volum constant. Mai mult, membrana nu schimbă molecule fosfolipide cu soluția, ca rezultat aria ei rămânând constantă în timp. Helfrich în [2] a descris foarte bine energia de încovoiere în starea de echilibru, compatibilă cu toate constrângerile descrise mai sus, adică volum și arie constante. Chiar dacă modelul este relativ simplu, el reproduce o varietate de profiluri de echilibru, precum discocitele (hematii discoidale / formă patologică a eritrocitelor (globule roșii)), stomatocitele (hematii cu depresiune / formă patologică a eritrocitelor), precum ¸si forme ce prezintă topologii înalte (precum tor de tipul n), care au fost de asemenea observate experimental [5-7].

În ceea ce privește migrația veziculelor, înțelegem că ea implică disipare hidrodinamică în fluidul înconjurător, precum și în interiorul veziculei și, în principiu, între cele două monostraturi care pot aluneca unul în raport cu celălalt. Mai departe, pe durata mișcării pe substrat, dinamica unei vezicule poate fi restricționată nu numai de fluxul hidrodinamic, ci și de mecanismele de rupere și refacere ale legăturilor pe substrat. Este evident că cel mai lent mecanism limitează mișcarea. Ne concentrăm asupra cazului în care hidrodinamicile sunt factori limitatori și renunțăm la disiparea asociată cu legăturile pe substrat.

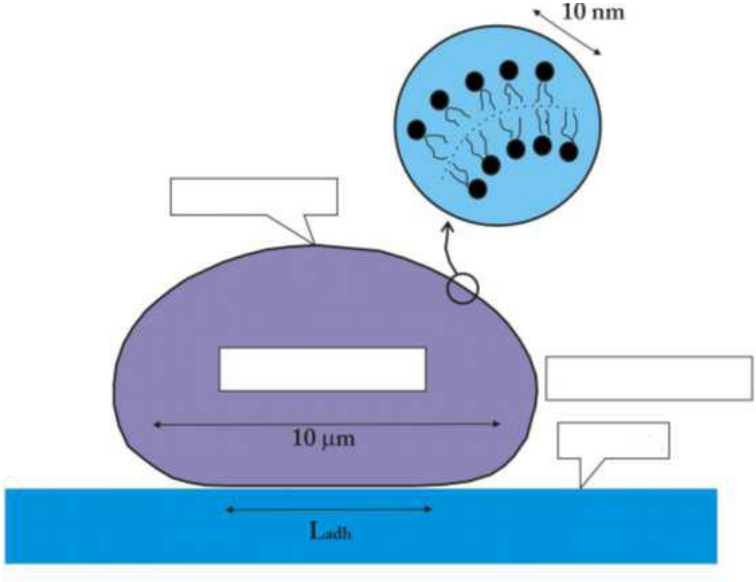

Figura 2.1: Reprezentarea schematică a unei vezicule, cu evidențierea structurii ei microscopice: un strat dublu de molecule fosfolipidice. Ladh este lungimea de aderență a membranei.

Să considerăm o veziculă care este inițial aderenă la o suprafață plană. Se consideră un gradient de aderență de-a lungul substratului. Vezicula se deplasează în direcția creșterii energiei de aderență (vezi Fig. 2.2) – aceasta se numește haptotaxis (mișcare indusă de un gradient de adeziune).

O veziculă puternic permeabilă poate fi trasă printr-un fluid fără nici o rezistență (și fără o modificare a ariei suprafeței interne), în timp ce una impermeabilă va simți o forță de tragere. Ipoteza impermeabilității locale este legitimă. Aceasta presupune că viteza fluidului la nivelul membranei este egală cu cea a membranei însăși [8].

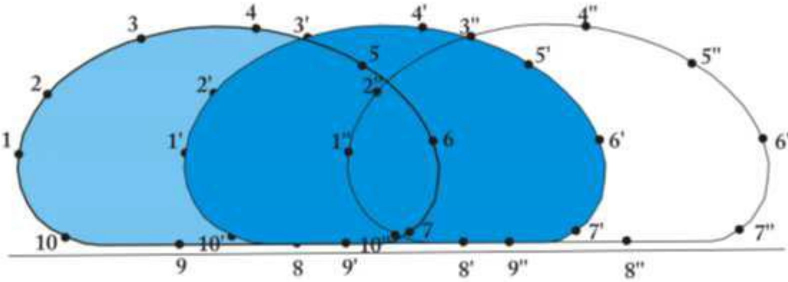

Figura 2.2: Descrierea profilurilor staționare ale veziculei. Vezicula se deplasează de la stânga (aderență mai mică) spre dreapta (aderență mai puternică); sunt reprezentate câteva puncte discrete, săgeata permițând urmărirea unuia dintre acestea la trei momente succesive de timp. Se pot observa aici componentele de alunecare și rostogolire ale mișcării veziculei.

Dacă disiparea este dominată de efectele de volum suntem în măsură să scriem ecuațiile fundamentale care guvernează dinamica convectivă a veziculelor, într-o geometrie descrisă în Fig. 2.3, întrucât știm deja și s-a și demonstrat că ecuațiile Stokes guvernează câmpul de viteze [8].

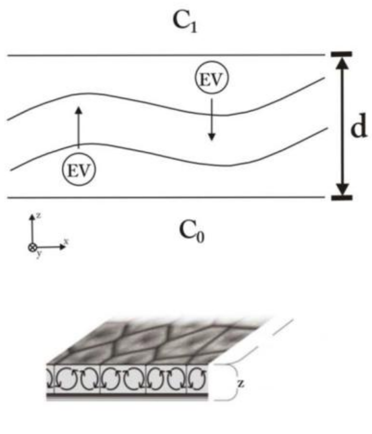

Figura 2.3: Geometria veziculelor extracelulare (VE) convective. Un strat fluid de VE, de grosime d, aderent la o matrice extracelulară

(ECM), este supus unui gradient de concentrație, unde $C = C_1 - C_0 > 0$ este diferența de concentrație dintre granițele din față și din spate ale stratului fluid.

Să considerăm următorul experiment biologic mintal, echivalent experimentului lui Benard: un strat fluid de vezicule extracelulare aderente pe o ECM, într-un gradient haptotactic. Stratul de fluid prezintă o stratificare instabilă a densității potențialului într-un câmp de forțe: fluidul mai dens este plasat în fața celui mai puțin dens. Presupunem că în starea fundamentală stratul de fluid de grosime d este supus unui gradient de concentrație

$$\beta = \frac{C_1 - C_2}{d} > 0 \tag{2.1}$$

$\Delta C = C_1 - C_0 > 0$ este diferența de concentrație dintre granița din față și cea din spate a stratului de fluid. Regimul cu fluidul în repaus și o distribuție neperturbată a concentrației corespunde ramurii termodinamice, care leagă continuu starea staționară de neechilibru ($\Delta C \neq 0$) cu starea de echilibru ($\Delta C = 0$) (vezi Fig. 2.3).

Examinăm evoluția unei fluctuații de concentrație θ în jurul profilului concentrației neperturbate C0(z).

Două procese disipative tind să mențină fluidul în repaus:

- frecarea (amortizarea mișcării prin vâscozitate);
- degradarea ECM ca urmare a activității EDM ce permite trecerea veziculelor – ce micșorează concentraița ECM, diminuând astfel forța ascensională.

Instabilitatea nu se poate dezvolta până când VE nu sunt accelerate suficient încât să depășească efectul acestor procese disipative. Gradientul de concentrație β, care este parametrul de control pentru această instabilitate, trebuie să depășească o valoare criticăβ_C. Peste această valoare critică poate apare o structură organizată de celule de convecție.

Pentru un fluid unicomponent, ecuațiile pentru masă, impuls și energie internă sunt:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\boldsymbol{v}) = 0$$
$$\frac{\partial(\rho\boldsymbol{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\overline{\Pi}} + \rho\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) = \rho\boldsymbol{g} \qquad (2.2\text{a-c})$$
$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\varepsilon\boldsymbol{v} + \boldsymbol{j_d}) = -\overline{\overline{\Pi}} \otimes (\nabla\boldsymbol{v})$$

unde ρ reprezintă densitatea masică a fluidului, $\boldsymbol{v}$ viteza acestuia, $\boldsymbol{g}$ accelerația unui câmp de forțe, " energia internă a unității de volum, iar $j_{\boldsymbol{d}}$ fluxul de ECM perturbat de semnalele primite de la VE. $\overline{\overline{\Pi}}$ este tensorul tensiunilor mecanice (stres) iar cu $\otimes$ s-a notat produsul a doi tensori,

$$\overleftrightarrow{A} \otimes \overleftrightarrow{B} = A_{ij}B_{ji}.$$

Utilizând un set adecvat de ipoteze simplificatoare (de tipul celor din [9]) și normalizând variabilele dinamice, perturbațiile acestora vor satisface ecuațiile:

$$\frac{1}{Pr}\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v\right) = -\nabla p + \theta\hat{z} + \nabla^2 v$$
$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + (v \cdot \nabla)\theta = Rw + \nabla^2\theta$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

(2.20a-c)

unde Pr =v/K este *numărul Pradtl biologic*, iar R este *numărul Rayleigh biologic*.

De aici prin procedura funcției de curgere a lui Lagrange [10-12] obținem sistemul de ecuații de evoluție (sistemul Lorenz biologic):

$$\dot{X} = \Pr(Y - X),$$
$$\dot{Y} = -XZ + rX - Y$$
$$\dot{Z} = XY - bZ \qquad (2.30\text{a-c})$$

Pentru diferite valori ale parametrului de control a sistemului Lorenz biologic se pot crea distribuții de forme similare fie aspectului de corzi al amprentelor (vezi Fig. 2.18A), fie plăci complexe ale țesutului cutanat precum acoperirea cu solzi a pielii amfibienilor (vezi Fig. 2.18B);

A)

B)

Figura2.18 Model Benard-Rayleigh reprezentativ pentru cazurile biologice:
A) pentru distribuția de tip amprentă a celulelor pielii,
B) pentru solzii peștilor sau amfibienilor.

În finalul capitolului, pornind de la un nou experiment biologic mintal, echivalent celui a lui Stokes – curgerea laminară (mișcări lente) ale unui fluid în jurul unei microparticule de forma sferică, vom analiza dinamici de tip Stokes în migrarea veziculară. Pentru aceasta considerăm o veziculară puternic impermeabilă local, de formă sferică, supusă acțiunii unui fluid biologic (mediu apos) cu proprietăți newtoniene.

Pentru caracterizarea mișcării fluidului biologic newtonian, vom defini mai întâi numărul Reynolds biologic. Acesta va specifica regimul de curgere al fluidului biologic și tipul de ecuații care descriu echilibrul dinamic ce caracterizează curgerea.

Din punct de vedere fizic, numărul Reynolds biologic reprezintă raportul dintre forța de inerție și forța de frecare din fluidul biologic.
Ordinul de mărime pe unitatea din volum a forței de inerție este:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial n} \sim \rho \frac{V^2}{L} \tag{2.31}$$

în timp ce ordinul de mărime pe unitatea de volum al forțelor de frecare este:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim \eta \frac{V}{L^2} \tag{2.32}$$

cu η viscozitatea cinematică a fluidului biologic. Raportul celor două mărimi devine (numărul Reynolds biologic):

$$\frac{\rho\frac{V^2}{L}}{\eta\frac{V}{L^2}} = \frac{\rho V L}{\eta} = \frac{VL}{v} = Re \tag{2.33}$$

În consecință în dinamica fluidelor biologice vâscoase este de așteptat ca toți parametrii să depindă de numărul Re. Mai mult, Dacă mișcarea este lentă (forțele de inerție neglijabile) atunci Re → 0. Din contra în mișcarea în care forța de frecare este neglijabilă, Re → ∞.

În funcție de acest număr, caracteristicile mișcării fluidului biologic pot fi foarte diferite. Mișcarea fluidului biologic newtonian în jurul veziculelor reprezină o situație complexă în care echilibrul se stabilește între forțele de inerție, forțele de presiune și forțele de frecare, fără a putea neglija nici unul din efecte. Acest echilibru de forțe, în cazul mișcărilor laminare a fluidelor biologice newtoniene conduce la ecuații neliniare, cu soluții multiple, respectiv cu puncte de ramificare funcție de numărul Reynolds biologic. Unele soluții pot fi stabile, altele instabile.

Mișcarea laminară a fluidelor biologice newtoniene are loc când numărul Re biologic care caracterizează curgerea este mai mică decât o valoare critică.

În aceste condiții utilizând legea de conservare a impulsului specific și cea a densității și acceptând condițiile la limită și pe frontiere adecvate pentru câmpurile de viteze se obțin expresiile:

$$v_x = \left[v_0\left(1-\frac{a}{r}\right)+v_s\frac{a}{r}\right]\left[\left[\frac{3ax^2}{4r^3}\left(\frac{a^2}{r^2}-1\right)-\frac{3a}{r}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\right]+1\right] \tag{2.65}$$

dacă vezicula sferică este mobilă și:

$$v_x = v_0\left(1-\frac{a}{r}\right)\left[\left[\frac{3ax^2}{4r^3}\left(\frac{a^2}{r^2}-1\right)-\frac{3a}{4r}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\right]+1\right]$$

dacă vezicula sferică este fixă. În acest ultim caz celelalte componente ale câmpului de viteze au expresiile:

$$v_y = 3v_0 \frac{axy}{4r^3}\left[\frac{r^2}{a^2} - 1\right],$$

$$v_z = 3v_0 \frac{axz}{4r^3}\left[\frac{r^2}{a^2} - 1\right]. \qquad (2.67)$$

Experimentele biologice mintale atât cel de tip Bernar cât și cel de tip Stokes pot fi azi verificate experimental.

Credem că sistemele de testare potrivite ar putea fi cele embriologice (adică dezvoltarea vaselor ramificate în membrane – membranele cojilor de ouă ale păsărilor, membrane seroase ale cavității peritoniale, sau dezvoltarea de tip înmugurire a aleveolelor pulmonare, ori ale amprentelor), și, similar, cele inflamatorii (de exemplu apariția vaselor neoangionetice determinate de vecinătăți inflamatorii) – toate acestea pornind aparent ca spoturi de puncte sub formă de faguri, la origine rectilinii sau sub formă de arc.

Semnificațiile mărimilor ce intervin în relațiile de mai sus sunt prezentate în capitolul al doilea al tezei.

BIBLIOGRAFIE

1. Aursulesei V., Vasincu D., Timofte D., Vrăjitoru L., Gațu I., Iacob D.D., Ghizdovăț V., Buzea C., Agop M. (2016): New mechanicsm of vesicles migration, Gen. Physiol. Biophys, 35, 287-298.
2. Helfrich W. (1973): Elastic properties of lipid bilayers-theory and possible experiments. Z. Naturforsch. C. 28, 693-703
3. Cantat I., Misbah C. (1999b): Lift Force and Dynamical Unbinding of Adhering Vesicles under Shear Flow. Phys. Rev. Lett. 83, 880-883.
4. Sukumaran S., Seifert U. (2001): Influence of shear flow on vesicles near a wall: A numerical study. Phys. Rev. E 64, 011916.
5. Lipowsky R., Sackmann E. (1995): Structure and Dynamics of Membranes, Handbook of Biological Physics. Elsevier, North-Holland.
6. Abkarian M., Lartigue C., Viallat A. (2001): Motion of phospholipidic vesicles along an inclined plane. Sliding and rolling. Phys. Rev. E63, 041906.

7. LortzB., Simon R., Nardi J., Sackmann E. (2000): Weakly adhering vesicles in shear flow, Tanktreading and anomalous lift force. Europhys. Lett. 51,468.
8. Cantat I., Kassner K., Misbah C. (2003): Vesicles in haptotaxis with hydrodynamical dissipation. Eur. Phys. J. E 10, 175-189.
9. Lorenz E. N. (1963): Deterministic non-periodic flow. Journal of Atmospheric Sciences 20, 130—141.
10. Fritz J. (1991): Partial Differential Equations (4th ed.). Springer, Berlin.
11. Manneville P. (1992): Structures dissipatives, chaos et turbulence. Collection Alea Saclay, Paris.
12. Schuster H.G. (1995): Deterministic Chaos: An Introduction, 3rd edition. VCH, Weinheim.

CAPITOLUL 3

Dinamici nediferențiale în sisteme complexe. Fundamente și aplicații

În acest capitol se introduce ca procedură de analiză a dinamicilor sistemelor complexe fractalitatea pe baza ipotezei mișcărilor unităților structurale (entități ale sistemelor complexe) pe curbe continue și nediferențiale (curbe fractale). Deși fundamentarea unei asemenea proceduri a implicat o nouă topică explicitată, fie în cadrul Relativității de Scală, fie în cadrul Relativității de Scală în dimensiune fractală arbitrară constantă, rămân totuși multe ”probleme deschise” care fac ca teoriile de care aminteam mai sus să ”sufere” în sensul selfconsistenței interne a lor (principii fizice, proceduri matematice, compatibilități ale procedurilor matematice cu realitatea fizică etc.). Așa încât eliminând de la început ”ideea” elaborării unei noi teorii fizice bazate pe conceptul de fractal, în cele ce urmeazăa vom opera atât cu argumentații fizice cât și tehnice cu scopul evident, de-a găsi răspunsuri la o serie de întrebări (De ce fractalitate și nu diferențiabilitate?; De ce variabile dinamice descrise prin funcții complexe și nu prin funcții reale?; Odată ce acceptăm nediferențialitatea ca proprietatea universală a sistemelor complexe, cum putem formula o mecanică fractală?; Ce este fractalizarea prin stocasticizare și ce rol joacă grupurile de invarianță într-o asemenea conjectură?; Ce implicații au dinamicile pe geodezice de tip Schrodinger și ce ”statut” ne oferă modelul hidrodinamicii fractal? etc). Vom da răspunsuri la toate aceste întrebări, fie în cadrul teoriei generale, fie prin intermediul unei aplicații (morfogeneza, la orice scară, a structurilor materiale utilizând modelul hidrodinamic al Relativității de Scală în dimensiune fractală arbitrară constantă).

Rezultatele originale din acest capitol au fost publicate în referințele [1-5]. Aceste rezultate se referă atât la fumdamentele teoriei fractale cât și la aplicațiile ei în special în analiza dinamicilor structurilor biologice.

Fizica actuală este fundamentală pe ipoteza, nejustificată de altfel, a diferențiabilității mărimilor fizice ce o pot descrie (de exemplu densitatea, impulsul, energia etc.). Acest lucru, deși se verifică bine în domeniile fizicii clasice, își pierde valabilitatea în domeniile fizicii cuantice, unde mărimile fizice ce descriu dinamicile microparticulelor sunt funcții continue dar nediferențiabile (un argument în acest sens sunt curbele de mișcare utilizate în teoria integralei funcționale, [6]).

Succesul fizicii diferențiabile trebuie înțeles secvențial, altfel spus pe domenii în care aproximația de diferențiabilitate și integrabilitate încă mai funcționează. Metoda diferențială eșuează la confruntarea cu realitatea fizică, adică cu dinamici fizice nediferențiale sau neintegrabile (acolo unde instabilitațile generează atât haos cât și paternuri-autostructuri).

Pentru a putea descrie dinamici fizice nediferențiabile sau neintegrabile, rămânând totuși tributari prescripțiilor diferențiale, este necesarăa introducerea explicită a scalei de rezoluție în expresiile variabilelor fizice ce descriu aceste dinamici și implicit în ecuațiile fundamentale de ”evoluție”. Acest lucru se traduce prin aceea că, orice variabilăa dinamică dependentă în sens clasic doar de coordonatele spațiale și timp devine în actualul context dependentă și de scala de rezoluție. Altfel spus, în loc să operăm cu o variabilă dinamică descrisă printr-o funcție matematică strict nediferențiabilă, vom opera cu diverse aproximații ale ei obținute prin medierea acesteia la diverse scale de rezoluție. Atunci orice variabilă dinamică va fi construită ca limită a unei familii de funcții pentru o valoare nulă a scalei de rezolutie, funcția fiind nediferențiabilă pentru o scală de rezoluție nulă și diferențiabilă pentru o scală de rezoluție nenulă. O astfel de abordare, bine adaptata realitații fizice întrucât orice măsurătoare se realizează întotdeauna la o scală de rezoluție finită, implica evident atât construcția unei noi structuri geometrice cât și a unor teorii fizice adecvate în care legile mișcării, invariante la transformări spațio-temporale să fie completate cu legi de scală, invariante la transformari de scală. Ori o asemenea topică care a inclus atât structura geometrică bazată pe premisele mentionate anterior cât ¸si teoriile fizice aferente, a fost dezvoltată în cadrul Teoriei Relativitătațiii de Scală [7-8] cât și în cadrul Teoriei Relativității de Scală în dimensiune fractală arbitrară constantă [9].

După o scurtă prezentare a consecintelor induse de nediferențiabilitatea mișcării (mai nou, incompatibilitatea reper fizic –

reper geometric), suntem acum în măsură să postulăm următorul principiu al covariantei de scală: legile fizicii rămân invariante în raport atât cu transformările spațio-temporale cât și cu transformările de scală. Putem implementa un asemenea principiu apelând la functionalitatea operatorului diferențial [9]:

$$\frac{\hat{d}}{dt} = \partial_t + \hat{V}^l \partial_l - \frac{1}{4}(dt)^{(2/D_f)-1} D^{lk} \partial_l \partial_k \qquad (3.15)$$

unde:

$$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \partial_l = \frac{\partial}{\partial X^l}, \partial_l \partial_k = \frac{\partial^2}{\partial X^l \partial X^k} \qquad (3.16)$$

$$d^{lk} = (\lambda_+^l \lambda_+^k + \lambda_-^l \lambda_-^k), \qquad d^{-lk} = (\lambda_+^l \lambda_+^k - \lambda_-^l \lambda_-^k) \quad (3.17)$$

sumarea fiind făcută după indicii repetabili. Acest operator poate juca rolul unei derivate covariante generalizate îintr-un model de mecanică nediferențiabilă.

Într-adevăr, dacă rezultanta forțelor ce acționează asupra unui sistem complex are expresia:

$$\widehat{\boldsymbol{F}} = \sum_i \widehat{\boldsymbol{F}}_i \qquad (3.18)$$

atunci ”principiul forței”ˆın mecanica nediferențiabilă afirmă că această forță este proporțională cu câmpul complex de acceleratie, $\widehat{\boldsymbol{A}}$ imprimat sistemului complex, adică:

$$\widehat{\boldsymbol{A}} = \frac{\hat{d}\widehat{\boldsymbol{V}}}{dt} = \partial_t \widehat{\boldsymbol{V}} + (\widehat{\boldsymbol{V}} \cdot \nabla)\widehat{\boldsymbol{V}} - \frac{1}{4}(dt)^{(2/D_F-1)} D^{lk} \partial_l \partial_k \widehat{\boldsymbol{V}} =$$

$$= \frac{\widehat{\boldsymbol{F}}}{M} = \frac{1}{M} \sum_i \widehat{F}_i \qquad (3.19)$$

Factorul de proporționalitate notat cu M definește masa inerțială a sistemului complex.

O formulare echivalentă a ”principiului forței” în mecanica nediferențiabilă se poate obține introducând câmpul complex de impulsuri, $\widehat{\boldsymbol{P}}$, ale sistemului complex:

$$\widehat{\boldsymbol{P}} = M\widehat{\boldsymbol{V}} \qquad (3.20)$$

Atunci viteza de variație $\hat{d}/$dt, a câmpului complex de impulsuri

$\hat{d}\widehat{\boldsymbol{P}}/\mathrm{dt}$, este egală cu rezultanta forțelor ce acționează asupra unui sistem complex:

$$\frac{\hat{d}\widehat{\boldsymbol{P}}}{dt} = \partial_t \widehat{\boldsymbol{P}} + \frac{\widehat{\boldsymbol{P}}}{M} \cdot \nabla \widehat{\boldsymbol{P}} - \frac{1}{4}(dt)^{(2/D_F - 1)}\, D^{lk} \partial_l \partial_k \widehat{\boldsymbol{P}} = \widehat{\boldsymbol{F}} = \sum_i \widehat{\boldsymbol{F}}_i \quad (3.21)$$

Dacă sistemul complex este izolat, adică:

$$\widehat{\boldsymbol{F}} = \sum_i \widehat{\boldsymbol{F}}_i = 0 \quad (3.22)$$

”principiul forței” din mecanica nediferențiabilă este reductibil la ”principiul inerției” din aceeasi mecanică sub forma mișcărilor pe traiectorii cu câmp complex de accelerație nul:

$$\widehat{\boldsymbol{A}} = \frac{\hat{d}\widehat{\boldsymbol{V}}}{dt} = \partial_t \widehat{\boldsymbol{V}} + \left(\widehat{\boldsymbol{V}} \cdot \nabla\right)\widehat{\boldsymbol{V}} - \frac{1}{4}\, (dt)^{(2/D_F - 1)}\, D^{lk} \partial_l \partial_k\, \widehat{\boldsymbol{V}} \equiv 0 \quad (3.23)$$

Aceste traiectorii sunt geodezice ale spațiului fractal și de aceea relația (3.23) corespunde ecuației geodezicelor acestui spațiu.

O posibilă procedură de fractalizare este cea stocastică numită și fractalizare prin stochasticizare.

Considerând că aceasta se realizează prin procese de tip Markov [10-12], atunci dinamica lor implică “corelații” intre elipsa de alternativă (x,y):

$$Q(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2 = 1 \quad (3.27)$$

și elipsa de alternativă (x´y´)

$$Q(x', y') = a'x'^2 + 2b'x'y' + c'y'^2 = 1 \quad (3.28)$$

Oricare din cele două alternative oferă, fie în spațiul variabilelor (x, y), fie cel al variabilelor (x′, y′), drumuri sau traiectorii de referință. Să notăm că alternativele (3.27) și (3.28) nu sunt singurele posibile care pot oferi traiectorii de referință [13].

Grupul ce transformăa traiectoriile de referință unele în altele este un grup ce acționează în trei variabile , în timp ce grupul ce schimbă alternativele între ele acționează în două variabile. Deși, cele două acțiuni nu sunt identice, ele sunt totuși realizări ale aceleiași structuri algebrice, relația dintre ele fiind, fie de tipul izomorfismului, fie de cel al automorfismului etc.

Să preusupunem, așa cum se poate oricând, că alternativele (3.27) și (3.28) sunt corelate prin transformarea nesingulară liniară și omogenă – o transformare SL(2R) [14-15].

$$x' = \alpha x + \beta y$$
$$y' = \alpha x + \beta y \qquad (3.29)$$

Atunci între traiectorile de referințăa corespunzătoare va funcționa transformarea liniară și omogenă:

$$a' = \delta^2 a - 2\gamma\delta b + \gamma^2 c$$
$$b' = -\beta\delta a - (\alpha\delta + \beta\gamma)b - \alpha\gamma c$$
$$c' = \beta^2 a - 2\alpha\beta b + \alpha^2 c \quad , \qquad (3.30)$$

Se verifică ușor că a, b, c sunt componentele unui tensor mixt al grupului SL(2R). Totuși noi considerăm că sistemele de ecuații (3.29) și (3.30) se referă la două grupuri izomorfe diferite. Ele sunt reprezentante ale aceleași structuri algerbice date prin ecuațiile de structuri:

$$[\widehat{L_1}, \widehat{L_2}] = \widehat{L_1}, \ [\widehat{L_2}, \widehat{L_2}] = \widehat{L_3}, \quad [\widehat{L_3}, \widehat{L_1}] = -2\widehat{L_2} \quad , \qquad (3.31)$$

cu $\widehat{L_\iota}$, i = 1,2,3 generatori infinitezimali. Specific, pentru grupul (3.29) avem urmatoarea realizare diferențială:

$$\widehat{L_1} = y\frac{\partial}{\partial x} \ , \widehat{L_2} = \frac{1}{2}\left(x\frac{\partial}{\partial x} - y\frac{\partial}{\partial y}\right) \ , \widehat{L_3} = x\frac{\partial}{\partial y} \qquad (3.32)$$

În timp ce pentru grupul (3.30) avem realizarea diferențială:

$$\widehat{L_1} = -a\frac{\partial}{\partial b} - 2b\frac{\partial}{\partial c} \ , \widehat{L_2} = \frac{1}{2}\left(a\frac{\partial}{\partial a} + c\frac{\partial}{\partial c}\right) \ , \widehat{L_3} = 2b\frac{\partial}{\partial a} + c\frac{\partial}{\partial b} \ (3.33)$$

Aceste realizări diferențiale caracterizează geometrii ce descriu acțiunile corespunzătoare ale structurii grupului SL(2R) [16], geometrii ce sunt legate de dinamicile în planul (x, y).
Acum funcțiile invariante comune realizărilor (3.32) și (3.33) se obțin, conform unei teoreme a lui Stoka [17], ca soluții ale sistemului cu derivate parțiale.

$$
\begin{gathered}
y\frac{\partial F}{\partial x} - a\frac{\partial F}{\partial b} - 2b\frac{\partial F}{\partial c} = 0 \\
\frac{1}{2}\left(x\frac{\partial F}{\partial x} - y\frac{\partial F}{\partial y}\right) - a\frac{\partial F}{\partial a} + c\frac{\partial F}{\partial c} = 0 \\
-x\frac{\partial F}{\partial y} + 2b\frac{\partial F}{\partial a} + c\frac{\partial F}{\partial b} = 0
\end{gathered}
\quad , \qquad (3.34)
$$

Aceasta înseamnă că o evoluție în planul (x, y) se poate totdeauna descompune în două componente, una de-a lungul unei traiectorii de referință (componenta longitudinală) și cealaltă în afara acesteia (componenta transversală). Rangul matricii coeficienților asociat sistemului (3.34) este 3, așa încât conform unei teoreme a lui Stoka [17], admite soluțiile independente:

$$\frac{1}{2}(ax^2 + 2bxy + cy^2), ac - b^2. \qquad (3.35)$$

În consecință putem construi variabile dinamice care să caracterizeze diversele comportări ale sistemului complex ca funcții de ambele expresii algebrice de mai sus. Acesta este un câștig evident în aplicarea teoriei lui Stoka cu implicații majore: i) dacă una din expresiile (3.35) lipsește din ecuațiile finale ale unei teorii fizice, aceasta este indicația faptului că mărimea respectivă este o constantă; ii) prezența a două expresii algebrice în relația (3.35) specifică faptul că o anumită lege de conservare (în particular legea conservării energiei) nu trebuie considerată separat atunci când e luată ca fapt fizic fundamental. Acesta este motivul real al faptului că numai o combinație a celor două expresii și anume raportul rol poate juca un rol fundamental în fizică. Să arătăm în continuare acest lucru.

Dinamica ”hamiltoniană” asociată grupului SL(2R) este generată în spațiul tangent prin $\widehat{L_1}, \widehat{L_2}$, $\widehat{L_3}$ din (3.32), ce satisfac relațiile de comutare (3.31). Un vector ”tangent” general este o combinație liniară de forma:

$$\hat{T} = a\widehat{L_1} + b\widehat{L_2} + c\widehat{L_2} \tag{3.36}$$

Să găsim acum funcțiile invariante în lungul traiectorilor tangente acestui vector, adică soluțiile ecuației:

$$\hat{T}H = 0 \tag{3.37}$$

sau explicit:

$$(bx + ay)\frac{\partial H}{\partial x} - (cx + by)\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \tag{3.38}$$

Sistemul diferențial caracteristic al acestei ecuații este de forma:

$$\frac{dx}{bx+ay} = \frac{dy}{-(cx+by)} = dt \tag{3.39}$$

și admite integrala primă:

$$H(x, y) = \frac{1}{2}(cx^2 + 2bxy + ay^2) \tag{3.40}$$

Așadar soluția ecuației (3.38) joacă un rol aparte în cazul teoriei redate aici, și anume pe acela de hamiltonian considerat generator al mișcării. Mai mult, sistemul diferențial (3.39) este sistemul de ecuații Hamilton asociat (3.40):

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial y} = bx + ay, \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -(cx + by), \tag{3.41}$$

ceea ce, prin separaea variabilelor x și y, implică ecuațiile diferențiale de tip oscilator:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \Omega^2 x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \Omega^2 y = 0$$

$$\Omega^2 = ac - b^2 \tag{3.42}$$

De aici rezultă că raportul dintre hamiltonianul sistemului complex H(x, y), asimilat ca energie și pulsația acestuia Ω poate fi etichetat, așa cum am amintit anterior, ca fiind o constantă:

$$\frac{H(x,y)}{\Omega} = \frac{1}{2}\frac{(cx^2+2bxy+ay^2)}{(ac-b^2)^{1/2}} = const. \tag{3.43}$$

lucru care se știe este fundamental în prima cuantificare [18]. De exemplu, în mecanica cuantică raportul dintre energie E și frecvența υ, implică constanta lui Planck h [19]:

$$\frac{E}{\upsilon} = h.$$

Un binecunoscut caz particular, ce conține explicit ambele expresii (3.35), este distribuția Gaussiană:

$$\rho(x, y \setminus a, b, c) = \frac{\sqrt{(ac-b^2)}}{2\pi} exp\left[-\frac{1}{2}(ca + 2bxy + ac)\right] \quad (3.44)$$

Se legiferează astfel faptul că distribuția Gaussiană cu semnificație de densitate de probabilitate este o integrală primă a mișcării.

În final propunem Relativitatea de Scală în dimensiune fractală arbitrară constantă pentru analiza structurilor morfogene ale sistemelor complexe la nivel de nanoscală. Considerând că entitățile unui sistem complex se deplasează pe curbe continue dar nediferențiabile, arată că un “control al diferitelor comportări ale acestor sisteme implică nediferențiabilitate prin intermediul entropiei fractale“. Mai explicit, este analizată problema unui singur corp.

Utilizînd ecuațiile hidrodinamicii fractale [9] pentru un potențial de tip newtonian se găseste soluția sub forma:

$$\boldsymbol{V}_{(nlm)} = 2\lambda(dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1}\frac{e_\phi}{rsin\delta}m$$

$$\rho_{(nlm)} = \left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}\left(\frac{2r}{na}\right)^{2l} \cdot$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{2r}{na}\right)\left[L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)P_l^m(cos\delta)\right]^2 \quad (3.96)$$

$$0 \leq l \leq n-1, \quad -l \leq m \leq +1 \quad (3.97)$$

Relațiile (3.96) reprezintă soluțiile complete $\{\rho, \boldsymbol{V}\}_{(nlm)}$ ale modelului hidrodinamic fractal pentru problema unui singur corp.

La nanoscală, pentru mișcări pe curbe Peano, D_F=2, la scală Compton, $\lambda = \hbar/2m_0$, relațiile (3.94) și (3.95), cu $\Theta = e^2/4\pi\varepsilon$ devin:

$$E_n = \frac{m_0 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}, \;\; a = \frac{h^2}{\pi m_0 e^2} \tag{3.98}$$

Se obțin rezultatele standard ale mecanicii cuantice, unde h este constanta lui Planck, e este sarcina electrică fundamentală, iar ε_0 este permitivitatea electrică a vidului.

În figurile 3.2 – 3.3 sunt date soluțiile complete ale modelului hidrodinamic fractal pentru problema unui singur corp, pentru diferite numere cuantice echivalente (reprezentările 2D și 3 D).

Semnificațiile marimilor ce intervin în relațiile de mai sus sunt prezentate în capitolul al treilea al tezei.

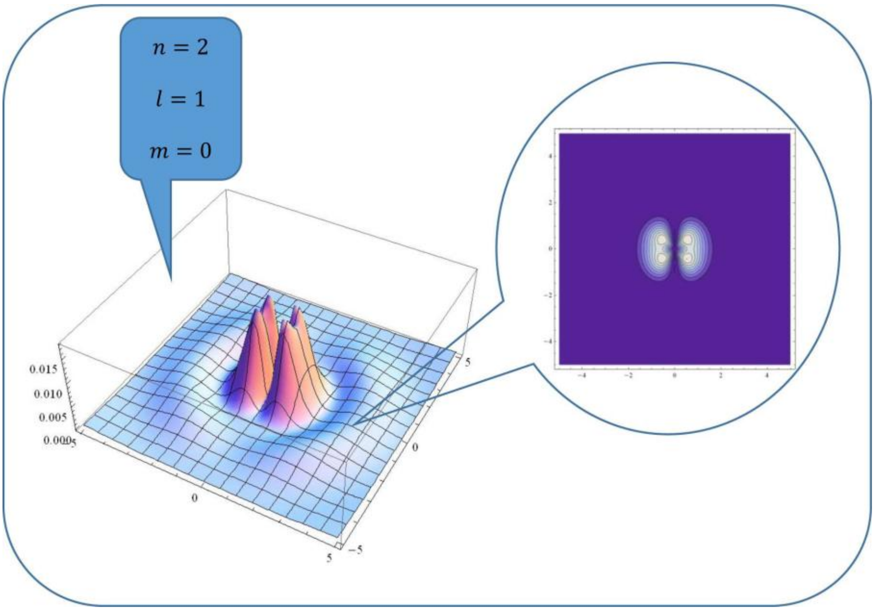

Figura 3.2: Dependențele bidimensionale (curbe de contur) și tridimensionale ale densității de stări de coordonatele normalizate r/a =

$(x^2 + y^2)^{1/2}/a$ și cos $\delta = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$ pentru numerele cuantice n = 2, l = 1,m = 0.

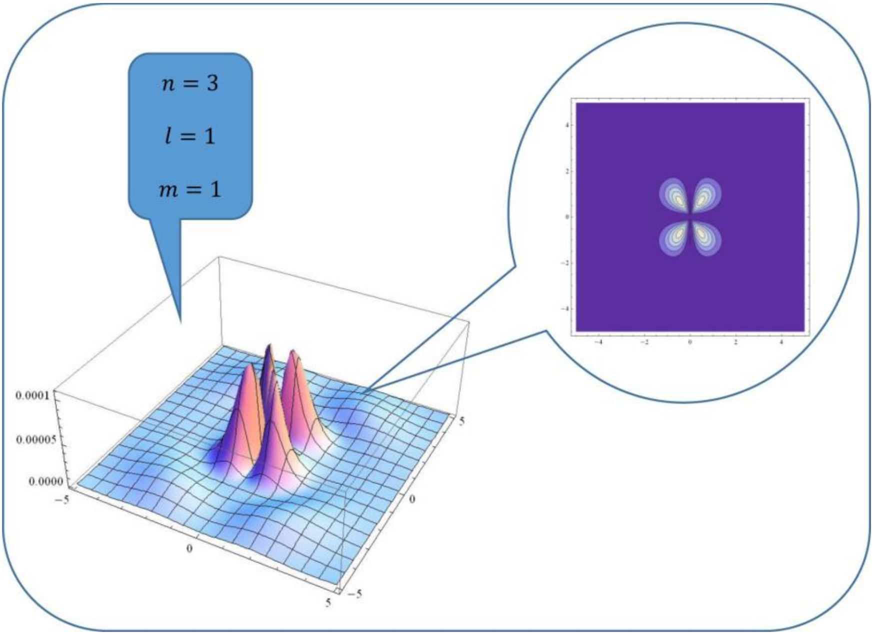

Figura 3.3: Dependențele bidimensionale (curbe de contur) și tridimensionale ale densității de stări de coordonatele normalizate r/a = $(x^2 + y^2)^{1/2}/a$ și cos $\delta = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$ pentru numerele cuantice n = 3, l = 1,m = 1.

BIBLIOGRAFIE

1. Doroftei B., Gațu I., Ghizdovaț V.: Biological Systems and Superconductivity. Some Applications of Superconductivity in Medicine (I), Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tom LX (LXIV), Fasc. 4, 2014, secția Matematică, Mecanică Teoretică și Fizică, paginile 105-110.

2. Vasincu D., Tesloianu D., Volovaț S., Gațu I., Timofte D.: Dissipative behaviours in biological fluids. Applications (II), Buletinul Institutului Politehnic Iasi, Tom LX (LXIV), Fasc. 3, 2014, secția Matematica, Mecanica Teoretica și Fizică, paginile 17-25.

3. Duceac L.D., Nică I., Gațu I.: Fractal Bacterial Growths Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tom LXI (LXV), Fasc. 1, 2015, secția Matematică, Mecanica Teoretica și Fizică.

4. Mihaileanu D., Gațu I.: The Scale Relativity Theory in the Hydrodynamic Representation, Buletinul Institutului Politehnic Iasi, TomLXI (LXV), Fasc. 4, 2015, secția Matematica, Mecanica Teoretica si Fizica, paginile 9-12.

5. Stefan G., Duceac L.D., Gatu I**.**, Paun V.P., Agop M., Aursulesei V., Manea L.R., Rotaru I., Structures Morphogenesis in Complex Systemes at Nanoscale, Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 12, 2015, 5358-5362

6. Feynman R.P., Hibbs A.R. (1965): Quantum Mechanics and Path Integrals, MacGraw-Hill, New York.

7. Nottale L., Fractal space-time and microphysics: towards a theory of scale relativity, World Scientific, Singapore, 1993.

8. Nottale L., Scale relativity and fractal space-time – a new approach to unifying relativity and quantum mechanics, Imperial College Press, London, 2011.

9. Mercheș I., Agop M., Differentiability and Fractality in Dinamics of Physical Systems, World Scientific, 2016, Singapore.

10. Mandelbrot B.B.: The Fractal Geometry of Nature, Freeman San Francisco, 1983.

11. Cristescu C.P., Dinamici neliniare și haos. Fundamente teoretice si aplicații, Editura Academiei Romane, București, 2008.

12. Ciobanu G., Rotaru A.S.: Phase: A Stochastic Formalism for Phase Type Distributions, Mertz S. și Pang J. (Editori): ICFEM 2014, LNCS 8829, paginile 96-106, 2014, Springer International Publishing, Switzerland, 2014.
13. Arnold V.: Methodes Mathematiques de la Mecanique Classique, Mir, Moscow, 1976.
14. Mazilu N., Agop M.: Skyrmions. A Great Finshing Touch to Classical Newtonian Phylosophy, Nova Publishing,New York, 2012.
15. Mazilu N., Agop M.: La răscrucea teoriilor. Între Newton și Einstein: Universal Barbilian, Editura Ars Longa, Iasi, 2010.
16. Mihaileanu N., Complemente de Geometrie Analitică, Proiectivă și Diferențială, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971.
17. Stoka M.I., Geometrie Integrală, Editura Academiei, București, 1967.
18. Pauli W., General Principles of Quantum Mechanics, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
19. Planck M., Plancks Original Papers in Quantum Physics translated by D. Ter-Haar și S.G. Brush și adnotată de H. Kangro, Wiley and Sons, New York, 1972.

CAPITOLUL 4
CONCLUZII GENERALE

Modul în care se manifestă sistemele complexe nu poate fi prevăzut doar din studiul comportării elementelor individuale sau din sumarea comportărilor.

El este determinat de modul în care elementele relaționează între ele pentru a influenta comportarea globală, astfel că, pentru caracterizare, sunt necesare atribute precum: emergent, autoorganizat, adaptabil, înglobat, cuplat dinamic prin multiplicitate etc.

Într-un asemenea context, pentru a dezvolta noi modele teoretice, trebuie să admitem că nediferențiabilitatea apare ca o proprietate universală a sistemelor complexe. Astfel, nu mai este necesar să utilizăm întregul "arsenal" clasic de variabile dinamice folosit în fizica diferențiabilă, ci trebuie să le utilizăm pe cele dezvoltate în Relativitatea de Scală în dimensiune fractală arbitrar constantă.

Dintr-o astfel de perspectivă, reprezentarea Schrodinger poate fi privită ca o ecuație fundamentală a morfogenezei. Ea nu a fost încă considerată așa deoarece domeniul ei unic de aplicație a fost, până acum, domeniul microscopic (molecular, atomic, nuclear și al particulelor elementare), în care informațiile disponibile au fost, în principal, cele legate de energie și impuls.

BIBLIOGRAFIE GENERALĂ

1. ′t Hooft, G. (1993): *Dimensional Reduction in Quantum Gravity*, arxiv: gr-qc/9310026; Salamfestschrift 1993, World Scientific Series in 20th Century Physics, Volume 4, Singapore, 1994, pp. 284 – 296.
2. Abkarian M., Lartigue C., Viallat A. (2001): *Motion of phospholipidic vesicles along an inclined plane. Sliding and rolling*. Phys. Rev. E 63, 041906.
3. Abkarian M., Lartigue C., Viallat A. (2002): *Tank treading and unbonding of deformable vesicles in shear flow. Determination of the lift force*. Phys. Rev. Lett. 88, 068103.
4. Agop M., Gavriluț A., Crumpei G., Doroftei B.: *Informational Nondifferentiable Entropy and Uncertainty Relations in Complex Systems*, Entropy 2014, 16, 6042-6058; doi: 10.3390/e16116042
5. Agop M., Gavriluț A., Păun P.V., Filipeanu D., Luca F.A., Grecea C., Topliceanu L. (2016): *Fractal Information by Means of Harmonic Mappings and Some Physical Implications Entropy*, 2016, 18, 160; doi: 10.3390/e18050160.
6. Agop M., Gavriluț A., S¸tefan G., Doroftei B. (2015): *Implications of Non-differentiability Entropy on a Space-Time Manifold Entropy*, 2015, 17, 2184-2197; doi: 10.3390/e17042184
7. Agop M., Mazilu N.: *Fundamente ale Fizicii Moderne*, Editura Junimea, Iasi, 1989.
8. Arnold V.: *Méthodes Mathématiques de la Mécanique Classique*, Mir, Moscow, 1976.
9. Aronstein D.L., Stroud C.R., *Fractional wave function revivals in the infinite square well*, Phys. Rev. A, 55, 4526-37, 1997.
10. Aursulesei V., Vasincu D., Timofte D., Vrăjitoru L., Gațu I., Iacob D.D., Ghizdovăt¸ V., Buzea C., Agop M. (2016): *New mechanicsm of vesicles migration*, Gen. Physiol. Biophys, 35, 287-298.
11. Badii R., Politi A., *Complexity: Hierarchical Structure and Scaling in Physics*, Camdridge University Press, 1997.

12. Barbilian D., *Der Riemannsche Raum Kubischer Binär former*, Comptes Rendus de l'Académie Roumaine de Sciences, vol. 2, pg. 345, 1938.
13. Barbilian D., *Geometrie și Teoria Funcțiilor în Opera Didactică*, vol. III, Editura Tehnică, București, 1974.
14. Bar-Yam Y., *Dynamics of Complex Systems*. *The Advanced Book Program*, Addison-Wesley, Reading, Massachussetts, 1997.
15. Berry, M.V. (1985): *Classical Adiabatic Angles and Quantal Adiabatic Phase*, Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 18, pp. 15-27.
16. Biben T., Misbah C. (2002): *An advected-field method for deformable entities under flow*. Euro. Phys. J. B 29, 311-316.
17. Bohm D.: *Quantum Theory. Constable and Company Ltd*., London, 1954.
18. Bousinessq J. (1871): *Théorie de l`itumescence liquide, applée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire*. Comptes Rendus de l`Academie des Sciences 72, 755–759.
19. Brochard F., Lennon J.-F. (1975): *Frequency spectrum of the flicker phenomenon in erythrocytes*, J. Phys. France 36 11, 1035-1047.
20. Cantat I., Kassner K., Misbah C. (2003): *Vesicles in haptotaxis with hydrodynamical dissipation*. Eur. Phys. J. E 10, 175-189.
21. Cantat I., Misbah C. (1999a): *Dynamics and similarity laws for adhering vesicles in haptotaxis*. Phys. Rev. Lett. 83, 235-238.
22. Cantat I., Misbah C. (1999b*): Lift Force and Dynamical Unbinding of Adhering Vesicles under Shear Flow*. Phys. Rev. Lett. 83, 880-883.
23. Ciobanu G., Rotaru A.: *Phase-Type Aproximation for Non-Markovian Systems: A case Study*, Canal C. și Idani A. (Editori): SEFM 2014 Workshops INCS 8389, paginile 1-12, 2015, doi: 101007/978-3-319- 15201-1-21.
24. Ciobanu G., Rotaru A.S.: *Phase: A Stochastic Formalism for Phase- Type Distributions*, Mertz S. și Pang J. (Editori): ICFEM 2014, LNCS 8829, paginile 96-106, 2014, Springer International Publishing, Switzerland, 2014.

25. Cresson J. (2003): *Scale Calculus and Schrödinger Equation,*Journal of Mathematical Physics, 44, 4907.
26. Cristescu C.P., *Dinamici neliniare și haos*. *Fundamente teoretice și aplicații*, Editura Academiei Romane, București, 2008.
27. Dimitriu D. G., Irimiciuc S.A., Popescu S., Agop M., Ionița C., Schrittwieser R.W.: *On the interaction between two fire balls in low-temperature plasma*, Physics of Plasmas, 22, 113511, 2015.
28. Doroftei B., Gațu I., Ghizdovăț V.: *Biological Systems and Superconductivity. Some Applications of Superconductivity in Medicine (I)*, Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tom LX (LXIV), Fasc. 4, 2014, secția Matematică, Mecanică Teoretică și Fizică, paginile 105-110.
29. Duceac L.D., Nica I., Gațu I.: *Fractal Bacterial Growths.* Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tom LXI (LXV), Fasc. 1, 2015, secția Matematică, Mecanică Teoretică și Fizică.
30. Durand I., J¨onson P., Misbah C., Valance A., Kassner K. (1997): *Adhesion-induced vesicle propulsion*. Phys. Rev. E 56, 3776.
31. Duval, C., Guieu, L. (1998): *The Virasoro Group and the Fourth Geometry of Poincare,* arxiV: mathDG/9806135v1
32. Feynman R.P., Hibbs A.R. (1965): *Quantum Mechanics and Path Integrals*, MacGraw-Hill, New York.
33. Finikov, S.P. (1952): *Course on Differential Geometry*, UGIZ, Moscow (în rusește).
34. Finikov, S.R. (1948): *Cartan's Method of exterior Forms in Differential Geometry* (în rusește).
35. Flake, G.W., *The Computational Beauty of Nature*, MIT Press, Cambridge, MA, 1998.
36. Flanders, H. (1989): *Differential Forms with Applications to the Physics Sciences*, Dover Publications, New York.
37. Fresnel, A. (1827): *Mémoire sur la Double Réfraction*, Mémoirs de l Académie des Sciences de l'Institute de France, Tome 7, pp. 45-176.
38. Freund P.G.O.: *Introduction to Supersymmetry*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

39. Fritz J. (1991): *Partial Differential Equations* (4th ed.). Springer, Berlin.
40. Gațu Irina, V.Ghizdovăț, Dan D. Iacob (2015 a): *Fenomene de haos și autoorganizare în medicină*; ConferințaNațională cu ParticipareInternațională "Zilele Spitalului Clinic C.F. Iași" Iași, 2015.
41. Gațu I. N,, D. D. Iacob , V. Ghizdovăț, M. Agop: *Non Linear Effects In Complex Fluids,* Second International Conference On Natural And Anthropic Risks, ICNAR, Universitatea "Vasile Alexandri", Bacău; 4-7 iunie 2014;
42. Gațu Irina Nicoleta, D. D. Iacob (2015b*): Describing Particle Interactions using The Classical Theory of Light Colors*; Conferința nationala, Pentagonul Facultatilor de Fizică;
43. Ghizdovăț V., D. D. Iacob, Gațu I. N., M. Agop: *Morphogenesis of structures in complex fluids through the informational non-diferentiable entropy*, ICNAR, Bacău, 2014 ;
44. Ghizdovăț V., I. Gațu, D. D. Iacob, I. Butuc (2015a), *Non-Linear Behaviours of the Solid Components from Heterogeneous Mixtures*, OPROTEH, Bacău, 2015;
45. Ghizdovăț V., I. Gațu, D. D. Iacob, I. Butuc(2015b), *Non-Linear Behaviours in Ablation Plasma via Fractality*, ICPIG, Iași, 2015,
46. Ghizdovăț V., D. D. Iacob, I. Gațu (2015c), *The Development of a New Cellular Network Class*, The Second CommScie International Conference, Iași, 2015
47. Gradshteyn, I.S., Ryzhik, I.M. (2007): *Table of Integrals, Series and Products*, Seventh Edition, A. Jeffrey and D. Zwillinger Editors, Academic Press-Elsevier, Inc.
48. Green M.B., Schwarz J.W., Witten E., *Superstring Theory*, Cambridge University Press, Cambridge (1987).
49. Greiner W., Muller B., *Gauge Theory of Weak Interactions*, Springer, Berlin (2000).
50. Guggenheimer, H.W. (1963): *Differential Geometry*, McGraw-Hill Book Company, New York.
51. Guggenheimer, H.W. (1977): *Differential Geometry*, Dover Publications, New York.

52. Gutzwiller M.C., *Chaos in Classical and QuantumMechanics,* Springer- Verlag, New-York, 1990.
53. Hannay, J.H. (1985): *Angle Variable Holonomy in Adiabatic Excursion of an Integrable Hamiltonian*, Journal of Physics A: Mathematical and General Vol. 18, pp. 221-230.
54. Hawking S., Penrose R.: *The Nature of Space and Time*, Princeton University Press, Princeton, 1996.
55. Helfrich W. (1973): *Elastic properties of lipid bilayers-theory and possible experiments*. Z. Naturforsch. C. 28, 693-703.
56. Hobbes, T. (1644): *Tractus Opticus, in Thomae Hobbes Malmesburiensis Opera Philosophica Quae Latine Scripsit Omnia*, vol. 5, pp. 215-248, J. Bohn, London, 1839.
57. Hoffman, W.C. (1966): *The Lie Algebra of Visual Perception*, Journal of Mathematical Psychology, vol. 3, pp. 65-98.
58. Hooke, R. (1665*): Micrographia, or Some Physiological Description of Minute Bodies Made by Magnifying Glasses*, Martyn and Allestry, London, pp. 55-67.
59. Hooke, R. (1705): *The Posthumous Works of Robert Hooke*, Johnson Reprint Corporation, New York, 1969.
60. Jackson E. A., (1992): *Perspectives on Nonlinear Dynamics* (vol 1+2), Cambridge University Press, Cambridge
61. Johnson R.S. (1997): *A modern introduction to the mathematical theory of water waves*. Cambridge Texts in Applied Mathematics 19. Cambridge University Press, Cambridge.
62. Kern N., Fourcade B. (1999): *Vesicles in linearly forced motion. Europhys*. Lett. 46, 262-267.
63. Koroliouk V., *Aide mémoire de probabilité et de statistique mathématique*, M ir, Moscow, 1983
64. Kraus M., Wintz W., Seifert U., Lipowsky R. (1996): *Fluid vesicles in shear flow*. Phys. Rev. Lett. 77, 3685-3688.
65. Landau L., Lifchitz E. (1967): *Quantum Mechanics,* Mir, Moscow.
66. Landau L., Lifchitz E., *Fluid Mechanics*, Butterworth-Heinemann, Oxford,1987.

67. Landau L.D., Lifshitz E.M. (1987): *Fluid Mechanics, Volume 6 of Course of Theoretical Physics*, 2nd English Edition, Revised, Pergamon Books Ltd.
68. Levi-Civita, T. (1927): *The Absolute Differential Calculus*, Blackie and Son Limited, London and Glasgow.
69. Lévy, P. (1965): *Processus Stochastiques et Mouvement Brownien*, Gauthier-Villasr, Paris.
70. Lichtenberg A.J., Lieberman M.A., *Regular and Stochastic motion*, Springer-Verlag, 1983.
71. Lipowsky R., Sackmann E. (1995): *Structure and Dynamics of Membranes, Handbook of Biological* Physics. Elsevier, North-Holland.
72. Lorenz E. N. (1963): *Deterministic non-periodic flow*. Journal of Atmospheric Sciences 20, 130-141.
73. Lorenz E. N. (2005): *Designing Chaotic Models*. Journal of the Atmospheric Sciences 62, 5, 1574–1587.
74. Lortz B., Simon R., Nardi J., Sackmann E. (2000): *Weakly adhering vesicles in shear flow, Tanktreading and anomalous lift force*. Europhys. Lett. 51, 468.
75. Lowe, P.G. (1980): *A note on Surface Geometry with Special Reference to Twist*, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 87, pp. 481-487.
76. MacAdam, D. L (1942): *Visual Sensitivities to Color Differences in Daylight*, Journal of the Optical Society of America, Vol. 32, pp. 247– 274.
77. MacAdam, D. L (1970): *Sources of Color Science*, The MIT Press, Cambridge, MA & London, UK.
78. MacAdam, D. L (1977): *Correlated Color Temperature*?, Journal of the Optical Society of America, Vol. 67, pp. 839 – 840.
79. Mandelbrot B.B.: *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman San Francisco, 1983.
80. Manneville P. (1992): *Structures dissipatives, chaos et turbulence*. Collection Alea Saclay, Paris.
81. Mazilu N., Agop M., Gațu I., Iacob D.D., Butuc I., Ghizdovăț, V.(2016a): *The classical theory of light colors: a paradigm for de-*

scription of particle interactions, International Journal of Theoretical Physics, DOI: 10.1007/s10773-015-2910-x.
82. Mazilu N., Agop M., Gațu I., Iacob D.D., Ghizdovăț V. (2016b): *From Kepler problem to skyrmions*, Modern Physics Letters B., 30,13, 1650153 (16 pagini): DOI: 10.1142/S0217984916501530
83. Mazilu N., Agop M.: La răscrucea teoriilor. Între Newton și Einstein: Universal Barbilian, Editura Ars Longa, Iași, 2010.
84. Mazilu N., Agop M.: *Skyrmions. A Great Finshing Touch to Classical Newtonian Phylosophy*, Nova Publishing,New York, 2012.
85. Mazilu N., Porumbreanu M., Știința ca Păcat, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2008.
86. Mazilu, N. (2006): *The Stoka Theorem, a Side Story of Physics in Gravitation Field*, Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Vol. 77, pp. 415–440.
87. Mazilu, N. (2010): *Black-Body Radiation Once More*, Bulletin of the Polytehnic Institute of Iași, Vol. 56, pp. 69 – 97; A Case Against the First Quantization, viXra.org/quantum physics/1009.0005/
88. Mazilu, N., Agop M., Boicu M., Mihăileanu D., Pricop M., Gațu I., Iacob D.D., Ghizdovăț V. (2015): *The geometry of heavenly matter formations*, Physics Essays, 28, 15, 120-127.
89. Mazilu, N., Agop, M. (2012): *Skyrmions – a Great Finishing Touch to Classical Newtonian Philosophy*, Nova Publishers, New York.
90. Mercheș I., Agop M., *Differentiability and Fractality in Dinamics of Physical Systems*, World Scientific, 2016, Singapore.
91. Mihăileanu D., Gațu I.: *The Scale Relativity Theory in the Hydrodynamic Representation*, Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tom LXI (LXV), Fasc. 4, 2015, secția Matematică, Mecanică Teoretică și Fizică, paginile 9-12.
92. Mihăileanu N., *Complemente de Geometrie Analitic, Proiectivă și Diferențială*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971.
93. Mitchell M., *Complexity: A Guided Tour*, Oxford University Press, Oxford, 2009.
94. Nardi J., Bruinsma R., Sackmann E. (1999): *Vesicles as osmotic motors*. Phys. Rev. Lett. 82, 5168-5171.

95. Nedeff V., Lazăr G., Agop M., Eva L., Ochiuz L., Dimitriu D., Vrăjitoru L., Popa C.: *Solid components separation from heterogenous mixtures through turbulence control*, Powder Technology, 284, 2015b, 170-186.
96. Nedeff V., Lazăr G., Agop M., Moșneguțu E., Ristea M., Ochiuz L., Eva L., Popa C.: *Nonlinear behaviours in complex fluid dynamics via non-differentiability. Separation control of the solid components from heterogeneous mixtures*, Powder Technlogy 269, 2015a, 452-460.
97. Newton, Sir Isaac (1952): *Opticks, or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light*, Dover Publications, Inc., New York.
98. Nottale L., *Fractal space-time and microphysics: towards a theory of scale relativity*, World Scientific, Singapore, 1993.
99. Nottale L., *Scale relativity and fractal space-time – a new approach to unifying relativity and quantum mechanics*, Imperial College Press, London, 2011.
100. Pauli W., *General Principles of Quantum Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
101. Penrose R., *The Road to Reality: a Complete Guide to the Laws of the Universe*, Jonathan Cape, London (2004).
102. Phillips, A.C., *Introduction to Quantum Mechanics*, Wiley, New York, 2003.
103. Planck M., *Planck's Original Papers in Quantum Physics* translated by D. Ter-Haar și S.G. Brush și adnotată de H. Kangro, Wiley and Sons, New York, 1972.
104. Prost J., Bruinsma R. (1996): *Shape fluctuations of active membranes*. Europhys. Lett. 33, 321-326.
105. Resnikoff, H. L. (1974): *Differential Geometry of Color Perception, Journal of Mathematical Biology*, Vol. 1, pp. 97 – 131.
106. Schrödinger, E. (1920): *Grundlinien einer Theorie der Farbenmetrik im Tagessehen I, II, III*, Annalen der Physik, Vol. 63, pp. 397 – 426; 427 – 456; und 481 – 520.
107. Schuster H.G. (1995): *Deterministic Chaos: An Introduction*, 3rd edition. VCH, Weinheim.

108. Seifert U. (1999): *Hydrodynamic lift on bound vesicles*. Phys. Rev. Lett. 83, 876-879.

109. Shapiro, A. E. (1973): *Kinematic Optics: A Study of the Wave Theory of Light in the Seventeenth Century*, Archives for the History of Exact Sciences, Vol. 11, pp. 134 – 266.

110. Shapiro, A. E. (1975): *Newton`s Definition of a Light Ray and the Diffusion Theories of Chromatic Dispersion,* Isis, Vol. 66, pp. 194 – 210.

111. Silberstein, L. (1938): *Investigations on the Intrinsic Properties of the Color Domain I,* Journal of the Optical Society of America, Vol. 28, pp. 63 – 85.

112. Silberstein, L. (1943): *Investigations on the Intrinsic Properties of the Color Domain II,* Journal of the Optical Society of America, Vol. 33, pp. 1 – 10.

113. Sparrow C. (1982): The Lorenz Equations: Bifurcations, Chaos, and Strange Attractors. Springer, Berlin

114. Ştefan G., Duceac L.D., Gaţu I., Păun V.P., Agop M., Aursulesei V., Manea L.R., Rotaru I., *Structures Morphogenesis in Complex Systemes at Nanoscale*, Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 12, 2015, 5358-5362.

115. Stewart, I. (1998): *Life's other secret,* Penguin Press, London.

116. Stoka M.I., Geometrie Integrală, Editura Academiei, Bucureşti, 1967.

117. Stoka, M.I. (1968): *Géométric Integrale*, Mémorial des Sciences Mathématiques, Gauthier-Villars, Paris.

118. Struik, D. J. (1988): *Lectures on Classical Differential Geometry,* Dover Publications, New York.

119. Sukumaran S., Seifert U. (2001): *Influence of shear flow on vesicles near a wall: A numerical study.* Phys. Rev. E 64, 011916.

120. Susskind, L. (1994): *The World as a Hologram,* arxiv: hep-th/9409089; Journal of Mathematical Physics, Volume 3611, pp. 6377 – 6396.

121. Vasincu D., Tesloianu D., Volovăţ S., Gaţu I., Timofte D.: *Dissipative behaviours in biological fluids. Applications (II),* Buletinul

Institutului Politehnic Iași, Tom LX (LXIV), Fasc. 3, 2014, secția Matematică, Mecanică Teoretică și Fizică, paginile 17-25.
122. Winfree, A.T., *The Geometry of Biological Time*, Springer 2nd edition, New York, 2000.
123. Wyszecki, G., Stiles, W. S. (1982): *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*, R. E. John Wiley & Sons, New York.

Articole ISI				
Titlu articol	**Revista**	**Număr și pagină**	**FI**	**Autori**
New Mechanisms of Vesicles Migration	General Physiology and Biophysics	Vol. **35**, pp. 287; 3/2016	0,892	V. Aursulesei, D. Vasincu, D. Timofte, L. Vrăjitoriu, **I. Gatu**, D. D. Iacob, V. Ghizdovăț, C. Buzea, M. Agop
From Kepler Problem to Skyrmions	Modern Physics Letters B 30,13, 1650153: DOI: 10.1142/S0217984916501530	Vol. 30, pp. 1 – 16; 13/2016	0,547	N. Mazilu, M. Agop, **I. Gațu**, D. D. Iacob, V. Ghizdovăț
The Classical Theory of Light Colors: a Paradigm for Description of Particle Interactions	International Journal of Theoretical Physics	6/2016	1,041	N. Mazilu, M. Agop, **I. Gațu**, D. D. Iacob, I. Butuc, V. Ghizdovăț

Articole BDI			
Titlu articol	**Revista**	**Număr și pagină**	**Autori**
The Geometry of Heavenly Matter Formations	Physics Essays	Vol. 28, pp. 120-127/2015	N. Mazilu, M. Agop, M. Boicu, D. Mihăileanu, M. Pricop, **I. Gațu**, D. D. Iacob, V.

			Ghizdovăț
Structures Morphogenesis in Complex Systemes at Nanoscale	Journal of Computational and Theoretical Nanoscience	12, 2015, 5358-5362	Stefan G., Duceac L.D., **Gatu I.**, Paun V.P., Agop M., Aursulesei V., Manea L.R., Rotaru I.

Articole B$^+$

Titlu articol	**Revista**	**Număr și pagină**	**Autori**
FRACTAL BACTERIAL GROWTHS	Buletinul Institutului Politehnic din Iaşi	Univ. Tehnică "Gheorghe Asachi" Tomul LX (LXIV), Fasc.1,2015	Letiția Doina Dunceac, Nica Irina, **Irina Gațu**
BIOLOGICAL SYSTEMS AND SUPERCONDUCTIVITY IN MEDICINE (I)	Buletinul Institutului Politehnic din Iaşi / Univ. Tehnică "Gheorghe Asachi"	Tomul LX (LXIV), Fasc.4,2014; paginile 105-110	Bogdan Doroftei, **Irina Gațu**, V. Ghizdovăț
The Scale Relativity Theory in the Hydrodynamic Representation	Buletinul Institutului Politehnic din Iaşi/ Univ. Tehnică "Gheorghe Asachi"	Tomul LX (LXIV), Fasc.1,2015 sectia Matematica, Mecanica Teoretica si Fizica, paginile 9-12	Doina Mihăileanu, **Irina Gațu**
Dissipative behaviours in biological fluids. Applications (II)	Buletinul Institutului Politehnic Iasi	Tom LX (LXIV), Fasc. 3, 2014, Sectia Matematica, Mecanica Teoretica si Fizica, paginile	Vasincu D., Tesloianu D., Volovaț, S., **Gatu I.**, Timofte D.:

		17-25.	

Lucrări conferințe

Titlu lucrare	Conferinta	Locul, anul	Autori
Morphogenesis of structures in complex fluids through the informational non-diferentiable entropy	Second International Conference On Natural And Anthropic Risks ICNAR Univ. "Vasile Alexandri" Bacău	Bacău, 2014	Ghizdovăț V., D. D. Iacob, **Gațu I. N.,** M. Agop
Non Linear Effects In Complex Fluids,	Second International Conference On Natural And Anthropic Risks ICNAR Univ. "Vasile Alexandri" Bacău	4-7 iunie 2014, Bacău;	**Gațu I. N**, D. D. Iacob , V. Ghizdovăț, M. Agop
Non-Linear Behaviours of the Solid Components from Heterogeneous Mixtures	International Conference Constructive And Technological Design Optimization In The Machines Building Field -OPROTEH	Bacău, 3 - 6 iunie 2015	Ghizdovăț V., **I. Gațu**, D. D. Iacob, I. Butuc
Non-Linear Behaviours in Ablation Plasma via Fractality	International Conferince On Phenomena In Ionized Gases-ICPIG	Iași, 26-31 iulie 2015	Ghizdovăț V., **I. Gațu**, D. D. Iacob, I. Butuc
Fenomene de haos și autoorganizare în medicină	Conferința Națională cu ParticipareInternațională "Zilele Spitalului Clinic C.F. Iași"	Iași, 2015	**Irina Gațu**, V.Ghizdovăț, Dan D. Iacob
Describing Particle	Conferința nationala, Pentagonul Facultatilor	3 august 2015	**Gațu Irina Nicoleta**, D. D.

Interactions using The Classical Theory of Light Colors	de Fizică, Universitatea de Vest din Timișoara		Iacob
The Development of a New Cellular Network Class	The Second CommScie International Conference	Iași, 2015	Ghizdovăț V., D. D. Iacob, **I. Gațu**

Finanțare

Această lucrare a fost finanțată parțial prin proiectul POSDRU/159/1.5/S/133652, Proiect „Sistem integrat de îmbunătățire a calității cercetării doctorale și postdoctorale din România și de promovare a rolului științei în societate” co-finanțat de Fondul Social European, Program Operaţional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013.